

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Ime, priimek in šola kandidata

Ime, priimek in podpis ocenjevalca

Število doseženih točk: ____ / 36 (____ %)

ŠOLSKO TEKMOVANJE IZ ZNANJA EKONOMIJE

Četrtek, 17. februar 2022 / 60 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, šilček, radirko, žepno računalno brez grafičnega prikazovalnika in ravnilo.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Vpišite ime, priimek in šolo kandidata v okvirček desno zgoraj na tej strani.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte v polo v za to predvideni prostor, skice in grafe pa rišite s svinčnikom. Pišite čitljivo. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

I. NALOGE IZBIRNEGA TIPA

(16 TOČK)

Navodilo: Pri vsaki od naslednjih nalog so navedene štiri trditve, med katerimi je pravilna oziroma najpravilnejša samo ena. Z naličnim peresom ali kemičnim svinčnikom obkrožite črko pred trditvijo, ki je glede na vprašanje po vašem mnenju pravilna. Če boste obkrožili napačno, več kakor eno ali če ne obkrožite nobene, se šteje, da ste na vprašanje odgovorili napačno. Vsaka pravilna rešitev je vredna 1 točko. **Izbrane odgovore vpišite tudi v spodnjo preglednico.**

Naloga	Odgovor
1.	
2.	
3.	
4.	

Naloga	Odgovor
5.	
6.	
7.	
8.	

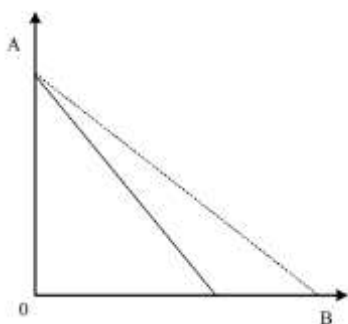
Naloga	Odgovor
9.	
10.	
11.	
12.	

Naloga	Odgovor
13.	
14.	
15.	
16.	

1. Za zadovoljitev potreb lahko uporabimo substitute. To pomeni, da

- A zadovoljimo potrebo z več dobrinami hkrati.
- B se mejna koristnost dobrine poveča z njeno uporabo.
- C lahko potrebo zadovoljimo z različnimi dobrinami, ker so zamenljive.
- D je nekaterih dobrin malo, drugih pa veliko.

2. Slika prikazuje premico cene.



Sprememba premice cene prikazuje:

- A povečanje potrebe po dobrini B.
- B možnost večjega nakupa dobrine B, ker se je cena dobrine B znižala.
- C možnost manjšega nakupa dobrine B, ker se je cena dobrine B zvišala.
- D večjo proizvodnjo dobrine B, ker se je povečalo število proizvodnih dejavnikov.

3. Podjetje posluje z izgubo, če je vrednost koeficienta ekonomičnosti poslovanja:

- A 0,2
- B 2
- C - 0,2
- D 2 %

4. Preglednica prikazuje celotne stroške proizvodnje pri različnem obsegu proizvodnje.

Obseg proizvodnje Q	Celotni stroški TC (v EUR)
0	13,00
1	20,00
2	25,00
3	28,00
4	32,00
5	43,00
6	60,00

Variabilni (spremenljivi) stroški (VC) proizvodnje petih enot proizvoda znašajo:

- A 6,00 EUR.
- B 11,00 EUR.
- C 30,00 EUR.
- D 43,00 EUR.

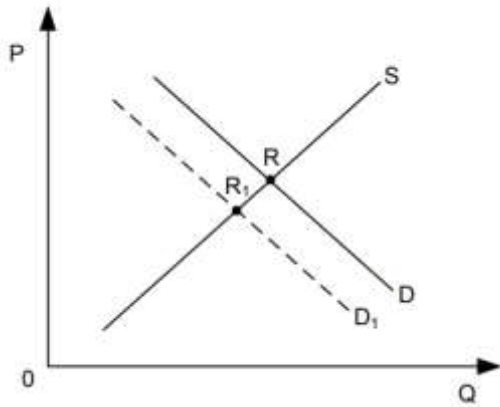
5. Preglednica prikazuje mejno koristnost mandarin, ki jih je pojedla Minka

Število mandarin	1	2	3	4	5	6
Mejna koristnost (v enotah)	11	7	5	2	0	-2

Minka je zadovoljila potrebo po mandarinah, ko je pojedla

- A tri mandarine.
- B štiri mandarine.
- C pet mandarin.
- D šest mandarin.

6. Slika prikazuje trg mandarin.



Sprememba tržnega ravnotežja iz R v R1 je posledica

- A manjše ponudbe mandarin na svetovnem trgu, zaradi propada številnih nasadov mandarin.
- B manjšega obsega povpraševanja po mandarinah, ker so se mandarine podražile.
- C manjšega povpraševanja po bananah, ker so se banane podražile.
- D manjšega povpraševanja po mandarinah, ker niso več priljubljen sadež.

7. Za monopolista velja, da proizvaja obseg proizvodnje, kjer se

- A mejni stroški izenačijo s povprečnimi stroški.
- B mejni stroški izenačijo z mejnim prihodkom.
- C povprečni stroški izenačijo z mejnim prihodkom.
- D povprečni stroški začnejo povečevati.

8. Minka je s prijateljico po spletu primerjala cene oblačil med različnimi ponudniki. Denar je v tem primeru opravil funkcijo

- A menjalnega posrednika.
- B plačilnega sredstva.
- C merilca vrednosti.
- D hranilca vrednosti.

9. Podjetje Gorenje je kupilo kitajsko podjetje Hisense, ki ga uvrščamo med korporacije, ker:

- A kapital povečuje s samofinanciranjem in je usmerjeno v doseganje dolgoročnega dobička.
- B se težko prilagaja spremembam na trgu, saj za vsako spremembo, ki jo želi vodstvo vpeljati, potrebuje soglasje vseh delničarjev.
- C poskuša v vsakem trenutku doseči čim večji dobiček, zato nenehno prilagaja cene spremembam v povpraševanju in ponudbi.
- D sodi med največja podjetja z veliko koncentracijo kapitala, ki ga v celoti pridobijo z izdajo obveznic.

10. Jaka Kos je kupil navadne delnice podjetja Dar, d. d. in tako postal lastnik 5 % deleža podjetja. S tem nakupom je pridobil:

- A sedež v nadzornem odboru Dar, d. d.
- B pravico do izplačila dividende in soodločanja v podjetju Dar, d. d.
- C pravico do izplačila obresti ob koncu vsakega leta.
- D prednost pri sprejemanju pomembnih odločitev podjetja Dar, d. d.

11. Pomembni učinki tretje industrijske revolucije so v

- A uporabi novosti na področju novih materialov, biotehnologije in mikroelektronike.
- B razvoju izjemne tehnične delitve dela, kot posledice uporabe tekočega traku.
- C odkritju novih energetskih virov in fosilnih goriv.
- D delitvi dela na modre in bele ovratnike.

12. V državi Dani se je v letu 2021 realni BDP povečal za 3,5 %, cene pa so se v tem letu zvišale za 1,9 %. Nominalna rast BDP je znašala

- A 1,6 %.
- B 5,4 %.
- C 5,5 %.
- D 6,5 %.

13. Centralna banka je prodala večjo količino državnih obveznic na odprtem trgu, zato

- A bo valuta deprecirala.
- B bodo poslovne banke povečale količino danih posojil.
- C se bo zmanjšala količina denarja v obtoku.
- D se bo povečala količina gotovine v obtoku.

14. V tekoči račun plačilne bilance Slovenije uvrščamo

- A najem kredita, ki ga je družina Novak najela v UniCredit Austria AG.
- B obresti, ki jih prejme družina Novak za depozit v višini 100.000 švicarskih frankov v švicarski banki.
- C nakup delnic podjetja Gorenje: kupilo jih je kitajsko podjetje Hisenese.
- D nakup tretjine podjetja v Nemčiji, ki izdeluje karbonska vlakna.

15. Med ukrepe aktivne politike zaposlovanja uvrščamo

- A spodbujanje samozaposlovanja ob dodatni socialni pomoči.
- B nadomestila za brezposelne osebe, otroške dodatke, dodatke na velike družine, subvencionirano prehrano.
- C subvencije za prehrano dijakov in državne štipendije za dijake brezposelnih oseb.
- D usposabljanje in izobraževanje, spodbujanje samozaposlovanja, subvencije za odpiranje novih delovnih mest.

16. Preglednica prikazuje referenčni devizni tečaj med evrom (EUR) in ameriškim dolarjem (USD) v dveh različnih letih.

leto	devizni tečaj
4. 2. 2020	1 EUR = 1,1048 USD
4. 2. 2022	1 EUR = 1,1464 USD

Iz podatkov lahko ugotovimo, da je leta 2022 v primerjavi z letom 2020

- A evro apreciral, zato bodo izvozniki, zaradi tečajne razlike, svoje izdelke v tujini prodajali ceneje.
- B evro apreciral, zato bodo izvozniki, zaradi tečajne razlike, svoje izdelke v tujini prodajali dražje.
- C dolar apreciral, zato bodo uvozniki, zaradi tečajne razlike, reprodukcijski material v tujini kupovali dražje.
- D dolar apreciral, zato bodo uvozniki, zaradi tečajne razlike, reprodukcijski material v tujini kupovali ceneje.

Prosimo, ne pozabite vpisati svojih odgovorov v preglednico na prvi strani!

II. RAČUNSKE NALOGE

(18 TOČK)

Navodilo: Odgovore računskih nalog pišite v za to predviden prostor z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Pišite razločno in čitljivo. Nečitljivi odgovori in odgovori, pisani z navadnim svinčnikom, se točkujejo z nič (0) točkami.

Naloge:

1. Tržno ravnotežje
2. Koristnost dobrin in premica alternativnih možnosti potrošnje
3. BDP in dejavniki BDP

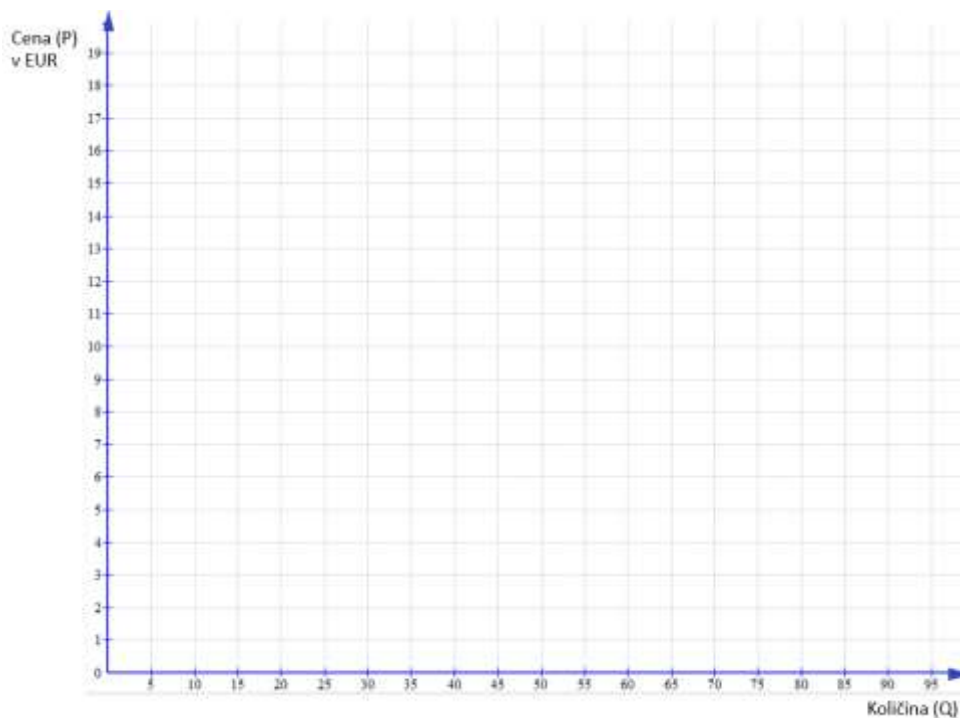
1. TRŽNO RAVNOTEŽJE

(7 točk)

Preglednica prikazuje obseg povpraševanja in ponudbe krem za sončenje pri ceni 4,00 EUR in ceni 14,00 EUR.

Cena (EUR)	Obseg povpraševanja (Q_d)	Obseg ponudbe (Q_s)
4,00	88	10
14,00	8	50

1.1 Narišite tržno ravnotežje po podatkih in ustrezno označite krivulji ter tržno ravnotežje. (2 točki)



Iz narisane diagrama odčitajte tržno ravnotežje.

Ravnotežna cena znaša _____ EUR. Pri tej ceni znaša ravnotežna količina _____ enot. (1 točka)

1. 2 Izračunajte cenovno elastičnost povpraševanja po kremah za sončenje na intervalu med 4,00 EUR in 14,00 EUR.

Izračun:

(1 točka)

Z izračunanim koeficientom cenovne elastičnosti povpraševanja pojasnite za koliko odstotkov se spremeni obseg povpraševanja po kremah za sončenje, če se cena kreme za sončenje zviša za 4 %.

_____ (1 točka)

1.3 Presodite vpliv večjega zavedanja potrošnikov, da UVA in UVB žarki povzročajo kožnega raka in pospešijo staranje kože ter vrišite spremembo s črtkano črto v diagram pri nalogi 1.1 . (1 točka)

Podčrtajte pravilni navedbi.

Zaradi spremembe na trgu se bo ravnotežna cena **zvišala / znižala** in ravnotežna količina **povečala / zmanjšala**.

(1 točka)

2. KORISTNOST DOBRIN in PREMICA ALTERNATIVNIH MOŽNOSTI POTROŠNJE (7 točk)

2.1 Preglednica 1 prikazuje mejne koristnosti sendvičev in celotno koristnost sokov za dijaka Jona.

Preglednica 1

količina sendvičev	mejna koristnost sendviča	celotna koristnost sendviča
1	34	
2	28	
3	20	
4	12	
5	8	
6	4	
7	1	

količina sokov	celotna koristnost soka	mejna koristnost soka
1	18	
2	34	
3	48	
4	60	
5	70	
6	73	
7	74	

Preglednico dopolnite tako, da izračunate celotno koristnost sendvičev in mejno koristnost sokov.

(2 točki)

2.2 Jon razpolaga na mesec s 24,00 EUR žepnine in za malico kupuje sendviče po 3,00 EUR za sendvič in sokove po 1,50 EUR za sok. S premico alternativnih možnosti potrošnje (premico cene) prikažite Jonove nakupne izbire (sok na osi X).

(2 točki)



2.3 Preglednica 2 prikazuje Jonove kombinacije nakupa sendvičev in sokov, če porabi **vso** žepnino.

Preglednica 2

Kombinacija	število sendvičev	število sokov
A	7	2
B	6	4
C	5	6

Z uporabo podatkov v preglednici 1 in preglednici 2 izračunajte katera kombinacija nakupa sendvičev in sokov je optimalna za Jona.

Izračun:

Odgovor: _____.

(2 točki)

2.4 V sliko pri nalogi 2.2 vrišite spremembo, če se sok podraži na 2,00 EUR.

(1 točka)

3. BDP**(6 točk)**

V preglednici so podatki za Slovenijo v letih 2019 in 2020 (vir: SURS).

Izračunajte:

- število prebivalstva v letu 2019
- število brezposelnih v letu 2020
- stopnjo brezposelnosti v letu 2019
- nominalni BDP na prebivalca v letu 2020
- realni BDP v letu 2020
- realno rast BDP v letu 2020.

Rezultate vpišite v ustrezna polja v preglednico. Nominalna števila zaokrožite na celo število, odstotke zaokrožite na eno decimalno mesto.

	2019	2020
prebivalstvo		2.111.461
brezposelnost	41.000	
stopnja brezposelnosti		5,1 %
aktivno prebivalstvo	1.021.000	1.037.000
bruto domači proizvod (nominalno)	48.397.000.000	46.918.000.000
bruto domači proizvod (nominalno) na prebivalca	23.112	
bruto domači proizvod (realno po cenah iz leta 2019)	48.397.000.000	
realna rast BDP	3,3 %	
inflacija	1,6 %	-1,1 %

Izračun:

II. SKUPINA: FINANČNA MATEMATIKA IN STATISTIKA

Ime in priimek: _____

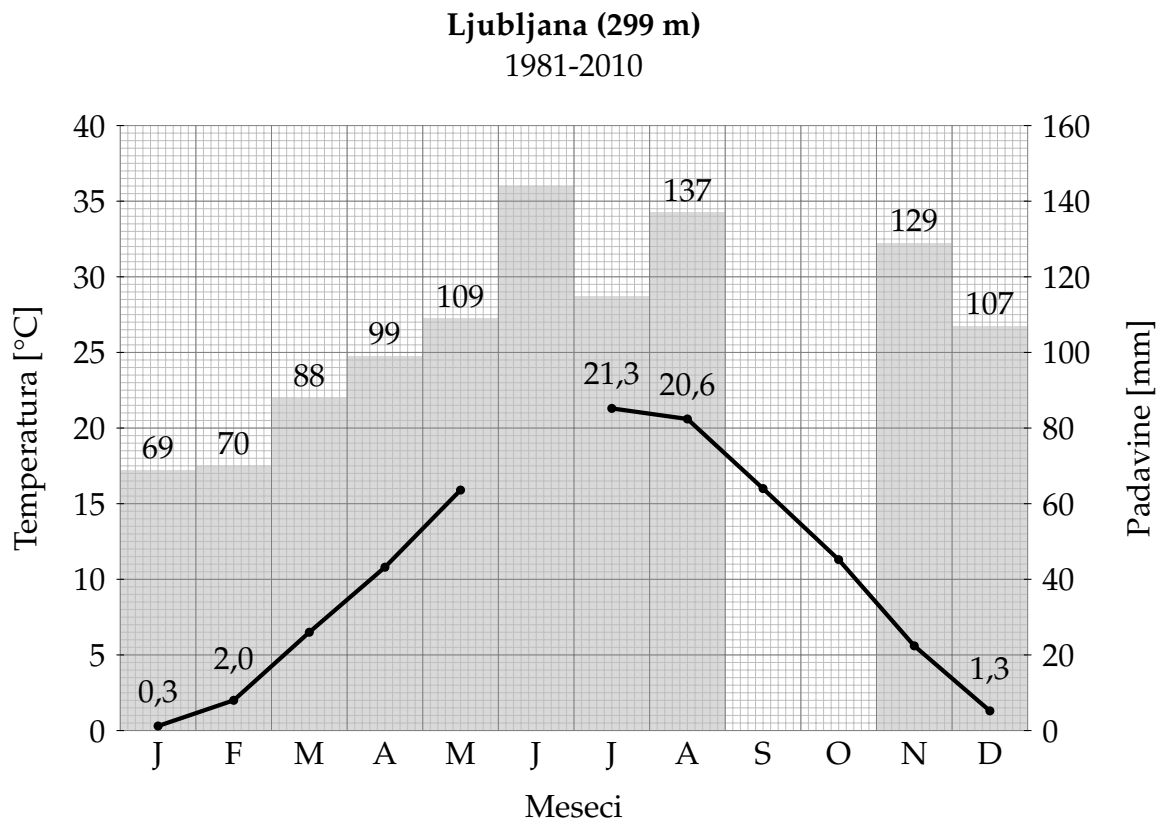
N1	N2	N3

Razred: _____ Mentor/-ica: _____

Naloge rešuj samostojno. Uporaba zapiskov in literature ni dovoljena.
Dovoljena je uporaba žepnega računalja. Naloge so tri, vsaka je vredna 20 točk.
Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Veliko uspeha!

1. Slika prikazuje klimogram za Ljubljano za obdobje 1981-2010. Sivi stolpci predstavljajo povprečno mesečno višino padavin, lomljena črna daljica pa povprečno mesečno temperaturo. Nekatero vrednosti so izbrisane.

V nalogi privzemi, da ima februar 28 dni, ter upoštevaj, da se (meteorološka) pomlad prične 1. marca, poletje 1. junija, jesen 1. septembra in zima 1. decembra.



Vir podatkov: ARSO

- a) S pomočjo klimograma dopolni besedilo tako, da določiš iskane mesece in oceniš ali izračunaš manjkajoče vrednosti. [5 točk]

Poleti največ padavin pade v mesecu _____, in sicer _____ mm, najmanj pa v mesecu _____, in sicer _____ mm. V povprečju poleti pade (zaokroži na 2 decimalni mesti) _____ mm padavin na dan.

Najtoplejši pomladni mesec je _____ s povprečno temperaturo _____ °C,
najhladnejši jesenski mesec pa _____ s povprečno temperaturo _____ °C.
Povprečna temperatura je nižja od 10 °C (zapišite število) _____ mesecev v letu.

b) Če pozimi pade 18,1 % celoletne količine padavin, kolikšen delež celoletnih padavin pade spomladi? Vrednost v odstotkih zaokroži na eno decimalno mesto. [3 točke]

c) Septembra in oktobra pade enaka količina padavin. Določi jo in dopolni klimogram s podatki o padavinah v septembru in oktobru. Višino padavin v milimetrih zaokroži na celo število. [3 točke]

d) Gostota deževnice je 1000 kg/m^3 . Privzemi, da januarska količina padavin v celoti pade v obliki snega, katerega gostota je 125 kg/m^3 . Določi debelino v januarju nastale snežne odeje, če se sneg ne stali ali zgosti. Debelino snežne odeje v centimetrih zaokroži na eno decimalno mesto. [2 točki]

e) Vrtničkar 1. marca na vrt postavi prazno cisterno s prostornino 15 hektolitrov in vanjo napolje žleb vrtno ute s tlorisno površino strehe 5 m^2 . V katerem mesecu lahko pričakuje, da bo cisterna polna, če vmes vode ne porablja, zanemarimo izhlapevanje ter privzamemo, da bo mesečna količina padavin enaka dolgoletnemu povprečju? [3 točke]

f) Določi povprečno temperaturo v juniju, če veš, da je povprečna temperatura poleti za $19,2 \text{ }^\circ\text{C}$ višja od povprečne temperature pozimi. Dopolni klimogram s podatkom o temperaturi v juniju. Temperaturo v $^\circ\text{C}$ zaokroži na eno decimalno mesto. [4 točke]

2. Tanja in Miran sta pri banki sklenila triletni varčevalni načrt. Banka uporablja relativno mesečno obrestovanje in 4,5 % letno obrestno mero.

Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Tanja je dve leti na začetku vsakega meseca vlagala po 150 €, v tretjem letu pa ni vlagala ničesar več. Kolikšen znesek lahko dvigne ob koncu varčevalnega načrta? [10 točk]

- b) Miran je vsa tri leta vlagal na koncu vsakega četrletja enake zneske. Po treh letih lahko dvigne natanko enak znesek kot Tanja. Kolikšne zneske je vlagal Miran? [10 točk]

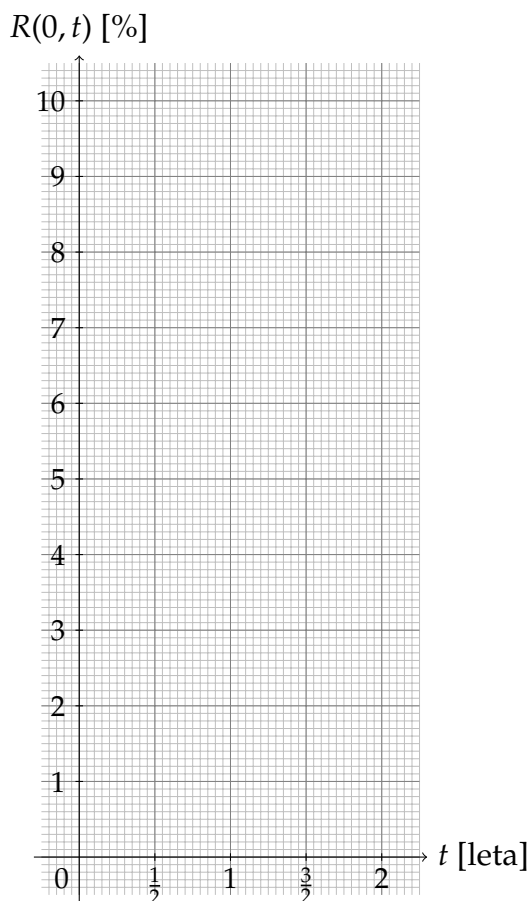
3. Državna zakladnica je izdala šestmesečne, dvanajstmesečne in osemnajstmesečne zakladne menice. To so netvegane brezkuponske obveznice z nominalnimi vrednostmi 1000 €. V sporočilu za javnost so zapisali, da je cena šestmesečne menice znašala 978 €, dvanajstmesečne 939 €, osemnajstmesečne pa 892,90 €.

Rezultate v evrih, odstotkih ali brez enot zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Pri vrednotenju zakladnih menic uporabljamo princip *navadnega obrestovanja*. Določi obrestne mere $R(0, \frac{1}{2})$, $R(0, 1)$ in $R(0, \frac{3}{2})$, po katerih se je zadolžila država. [8 točk]

- b) Privzemi, da je časovna struktura obrestne mere $R(0, t)$ zvezna (neprekinjena) in odsekoma linearna z delilnimi točkami pri $t = \frac{1}{2}$, $t = 1$ in $t = \frac{3}{2}$. Nariši graf časovne strukture obrestne mere $R(0, t)$, izražene v odstotkih, za obdobje $\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}$ ter določi njen analitični predpis. [6 točk]

Nasvet: Analitični predpis sestavljata dve linearni funkciji $R_i(0, t) = k_i t + n_i$, kjer indeks $i = 1$ ustreza obdobju $\frac{1}{2} \leq t < 1$, indeks $i = 2$ pa obdobju $1 \leq t \leq \frac{3}{2}$.



- c) Časovno strukturo želimo podaljšati do časa $t = 2$ s pomočjo še tretje linearne funkcije $R_3(0, t) = k_3t + n_3$. Privzemi, da smerni koeficienti k_1, k_2, k_3 sestavljajo aritmetično zaporedje (to pomeni, da je $k_3 - k_2 = k_2 - k_1$) in da je časovna struktura zvezna. Določi obrestno mero $R(0, 2)$ in dopolni graf iz naloge b). [4 točk]

- d) Zaradi interesa vlagateljev država izda še milijon dveletnih zakladnih menic z nominalno vrednostjo 1000 €. Določi ceno dveletne menice in znesek, ki ga z dodatno izdajo zbere država. [2 točki]

Stran s formulami

Terminski posli

- na delnico, ki ne izplačuje dividend

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- na delnico, ki izplačuje dividende

$$F_t = (S_t - I(t, T))(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}$$

- valutni terminski posel

$$F_t = S_t \frac{(1 + R_d)^{T-t}}{(1 + R_f)^{T-t}}, \quad K = F_0$$

$$V_t = N(S_t(1 + R_f)^{-(T-t)} - K(1 + R_d)^{-(T-t)})$$

- dogovor o terminski obrestni meri

$$R(t, S, T) = \frac{1}{T - S} \left(\frac{1 + R(0, T) \cdot (T - t)}{1 + R(0, S) \cdot (S - t)} - 1 \right), \quad K = R(0, S, T)$$

$$V_t = \frac{N \cdot (R(t, S, T) - K) \cdot (T - S)}{1 + R(t, T) \cdot (T - t)}$$

Opcije

- izplačilo ob zapadlosti

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}$$

- premija v času t , če delnica ne izplačuje dividend

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica ne izplačuje dividend

$$p_t + S_t = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- premija v času t , če delnica izplačuje dividende

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)} - I(t, T), 0\} \leq c_t \leq S_t - I(t, T)$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t + I(t, T), 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica izplačuje dividende

$$p_t + S_t - I(t, T) = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- evropske in ameriške opcije

$$c_t^E \leq c_t^A, \quad p_t^E \leq p_t^A$$

Ime, priimek in šola kandidata

Ime, priimek in podpis ocenjevalca

Število doseženih točk: ____ / 36 (____ %)

ŠOLSKO TEKMOVANJE IZ ZNANJA EKONOMIJE

REŠITVE IN NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Četrtek, 17. februar 2022 / 60 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, šilček, radirko, žepno računalno brez grafičnega prikazovalnika in ravnilo.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Vpišite ime, priimek in šolo kandidata v okvirček desno zgoraj na tej strani.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte v polo v za to predvideni prostor, skice in grafe pa rišite s svinčnikom. Pišite čitljivo. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

I. NALOGE IZBIRNEGA TIPA**(16 TOČK)**

Navodilo: Pri vsaki od naslednjih nalog so navedene štiri trditve, med katerimi je pravilna oziroma najpravilnejša samo ena. Z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom obkrožite črko pred trditvijo, ki je glede na vprašanje po vašem mnenju pravilna. Če boste obkrožili napačno, več kakor eno ali če ne obkrožite nobene, se šteje, da ste na vprašanje odgovorili napačno. Vsaka pravilna rešitev je vredna 1 točko. **Izbrane odgovore vpišite tudi v spodnjo preglednico.**

Naloga	Odgovor
1.	C
2.	B
3.	A
4.	C

Naloga	Odgovor
5.	C
6.	D
7.	B
8.	C

Naloga	Odgovor
9.	A
10.	B
11.	A
12.	C

Naloga	Odgovor
13.	C
14.	B
15.	D
16.	B

Prosimo, ne pozabite vpisati svojih odgovorov v preglednico na prvi strani!

II. RAČUNSKE NALOGE**(18 TOČK)**

Navodilo: *Odgovore računskih nalog pišite v za to predviden prostor z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Pišite razločno in čitljivo. Nečitljivi odgovori in odgovori, pisani z navadnim svinčnikom, se točkujejo z nič (0) točkami.*

Naloge:

1. Tržno ravnotežje
2. Koristnost dobrin in premica alternativnih možnosti potrošnje
3. BDP in dejavniki BDP

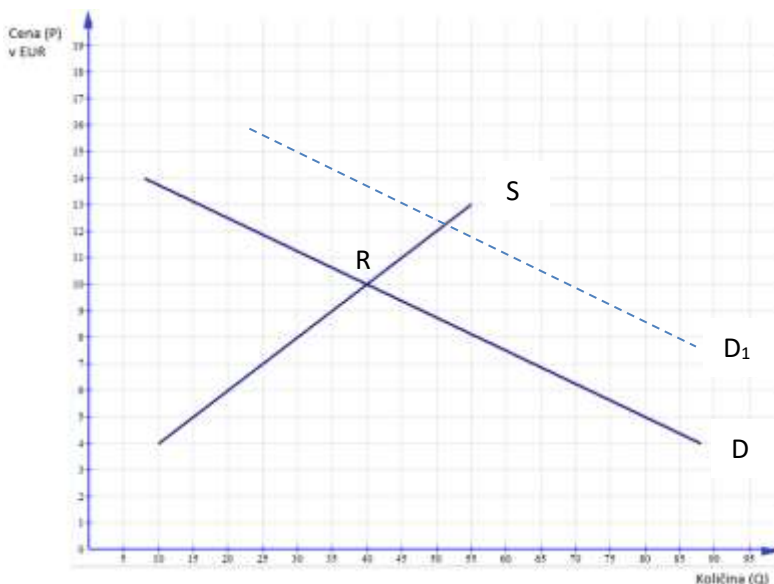
1. TRŽNO RAVNOTEŽJE

(7 točk)

Preglednica prikazuje obseg povpraševanja in ponudbe krem za sončenje pri ceni 4,00 EUR in ceni 14,00 EUR.

Cena (EUR)	Obseg povpraševanja (Q _d)	Obseg ponudbe (Q _s)
4	88	10
14	8	50

1.1 Narišite tržno ravnotežje po podatkih in ustrezno označite krivulji ter tržno ravnotežje. (2 točki)



Iz narisane diagrama odčitajte tržno ravnotežje.

Ravnotežna cena znaša **10** EUR. Pri tej ceni znaša ravnotežna količina **40** enot. (1 točka)

1. 2 Izračunajte cenovno elastičnost povpraševanja po kremah za sončenje na intervalu med 4,00 EUR in 14,00 EUR.

Izračun:

$$\text{Izračun: } \frac{\% \Delta Q}{\% \Delta P} = \frac{-90,91}{250} = -0,36$$

(1 točka)

Z izračunanim koeficientom cenovne elastičnosti povpraševanja pojasnite za koliko odstotkov se spremeni obseg povpraševanja po kremah za sončenje, če se cena kreme za sončenje zviša za 4 %.

Povpraševanje **se zmanjša za 1,45** %, če se cena poveča za 4 %. (1 točka)

1.3 Presodite vpliv večjega zavedanja potrošnikov, da UVA in UVB žarki povzročajo kožnega raka in pospešijo staranje kože ter vpišite spremembo s črtkano črto v diagram pri nalogi 1.1 . (1 točka)

Podčrtajte pravilni navedbi.

Zaradi spremembe na trgu se bo ravnotežna cena zvišala / znižala in ravnotežna količina povečala / zmanjšala.

(1 točka)

(1 točka)

2. KORISTNOST DOBRIN in PREMICA ALTERNATIVNIH MOŽNOSTI POTROŠNJE (7 točk)

2.1 Preglednica 1 prikazuje mejne koristnosti sendvičev in celotno koristnost sokov za dijaka Jona.

količina sendvičev	mejna koristnost sendviča	celotna koristnost sendviča
1	34	34
2	28	62
3	20	82
4	12	94
5	8	102
6	4	106
7	1	107

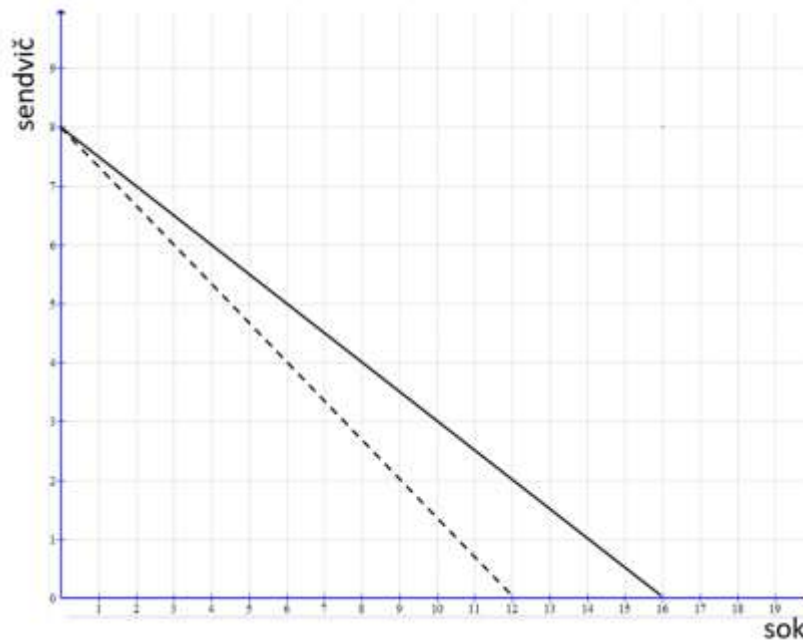
količina sokov	celotna koristnost soka	mejna koristnost soka
1	18	18
2	34	16
3	48	14
4	60	12
5	70	10
6	73	3
7	74	1

Preglednico dopolnite tako, da izračunate celotno koristnost sendvičev in mejno koristnost sokov.

za pravilno rešen stolpec 1 točka (dovoljena 1 napaka v stolpcu).

(2 točki)

2.2 Jon razpolaga na mesec s 24,00 EUR žepnine in za malico kupuje sendviče po 3,00 EUR za sendvič in sokove po 1,50 EUR za sok. S premico alternativnih možnosti potrošnje (premico cene) prikažite Jonove nakupne izbire (sok na osi X). (2 točki)



Za pravilno narisano premico 1 točka, za pravilno označeno premico 1 točka.

2.3 Preglednica 2 prikazuje Jonove kombinacije nakupa sendvičev in sokov, če porabi vso žepnino.

Preglednica 2

Kombinacija	število sendvičev	število sokov
A	7	2
B	6	4
C	5	6

Z uporabo podatkov v preglednici 1 in preglednici 2 izračunajte katera kombinacija nakupa sendvičev in sokov je optimalna za Jona.

Izračun:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{A} & \text{B} & \text{C} \\
 \frac{1}{4} \neq \frac{16}{1,5} & \frac{4}{4} \neq \frac{12}{1,5} & \frac{8}{4} = \frac{3}{1,5}
 \end{array}$$

Odgovor: ___Optimalna kombinacija nakupa je C (5 sendvičev in 6 sokov)_____.

(2 točki)

Za pravilni prikaz računov 1 točka, za ustrezen odgovor 1 točka.

2.4 V sliko pri nalogi 2.2 vrišite spremembo, če se sok podraži na 2,00 EUR.

(1 točka)

Za pravilno narisano spremembo premice 1 točka.

3. BDP

(6 točk)

V preglednici so podatki za Slovenijo v letih 2019 in 2020 (vir: SURS).

Izračunajte:

- število prebivalstva v letu 2019
- število brezposelnih v letu 2020
- stopnjo brezposelnosti v letu 2019
- nominalni BDP na prebivalca v letu 2020
- realni BDP v letu 2020
- realno rast BDP v letu 2020.

Rezultate vpišite v ustrezna polja v preglednico. Nominalna števila zaokrožite na celo število, odstotke zaokrožite na eno decimalno mesto.

	2019	2020
prebivalstvo	2.094.060	2.111.461
brezposelnost	41.000	52.887
stopnja brezposelnosti	4 %	5,1 %
aktivno prebivalstvo	1.021.000	1.037.000
bruto domači proizvod (nominalno)	48.397.000.000	46.918.000.000
bruto domači proizvod (nominalno) na prebivalca	23.112	22.221
bruto domači proizvod (realno)	48.397.000.000	46.401.902.000
rast BDP	3,3 %	-4,1 %
inflacija	1,6 %	-1,1 %

Izračun:

Za vsak pravilni izračun 1 točka

Če dijak ne zapiše rezultata z % (rast BDP in stopnja brezposelnosti) 0 točk.

II. SKUPINA: FINANČNA MATEMATIKA IN STATISTIKA

Rešitve in točkovnik

Točke z zvezdico so postopkovne točke in jih damo tudi ob prenosu napake.

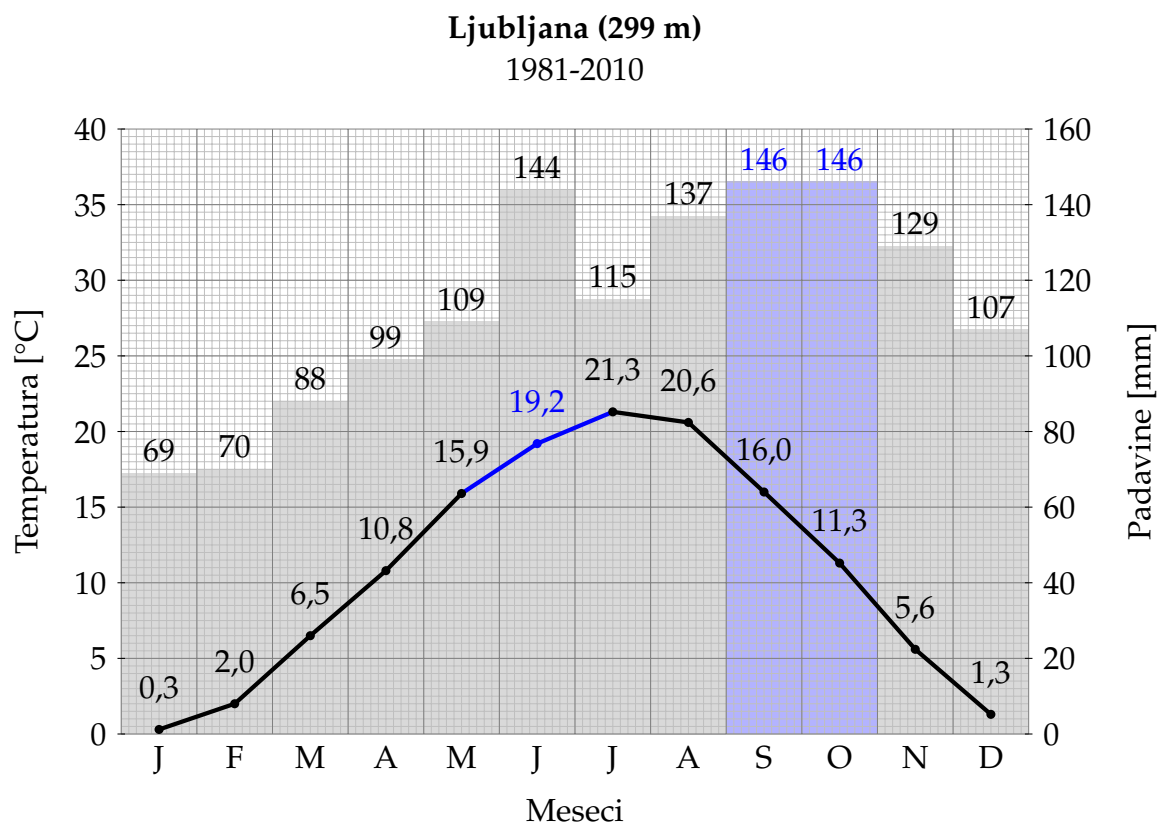
Točke brez zvezdice damo le ob popolnem ujemanju rezultatov z objavljenimi rešitvami.

1. Slika prikazuje klimogram za Ljubljano za obdobje 1981-2010. Sivi stolpci predstavljajo povprečno mesečno višino padavin, lomljena črna daljica pa povprečno mesečno temperaturo. Nekatero vrednosti so izbrisane.

V nalogi privzemi, da ima februar 28 dni, ter upoštevaj, da se (meteorološka) pomlad prične 1. marca, poletje 1. junija, jesen 1. septembra in zima 1. decembra.

Dopolnjen klimogram:

- Modre vrednosti so izračunane v nadaljevanju.
- Črne vrednosti so dodane zaradi celovitosti podatkov.



Vir podatkov: ARSO

- a) S pomočjo klimograma dopolni besedilo tako, da določiš iskane mesece in oceniš ali izračunaš manjkajoče vrednosti. [5 točk]

Rešitev

Poleti največ padavin pade v mesecu **juniju**, in sicer **144** mm, najmanj pa v mesecu **juliju**, in sicer **115** mm. V povprečju poleti pade **4,30** mm padavin na dan.

Najtoplejši pomladni mesec je **maj** s povprečno temperaturo **15,9 °C**, najhladnejši jesenski mesec pa **november** s povprečno temperaturo **5,6 °C**. Povprečna temperatura je nižja od **10 °C** **pet** mesecev v letu.

Točkovanje

Število pravih odgovorov delimo z 2, če količnik ni celo število, zaokrožimo navzdol.

Pri odčitanih vrednostih padavin upoštevamo odstopanja do največ 1 mm v obe smeri.

Pri odčitanih temperaturah upoštevamo odstopanja do največ 1 °C v obe smeri.

Pri dnevni količini padavin poleti upoštevamo vrednosti, ki sta bili zapisani v predhodni povedi, ter 137 mm za mesec avgust, nato vsoto padavin v treh mesecih delimo z 92 dnevi in rezultat ustrezno zaokrožimo.

- b) Če pozimi pade 18,1 % celoletne količine padavin, kolikšen delež celoletnih padavin pade spomladi? Vrednost v odstotkih zaokroži na eno decimalno mesto. [3 točke]

Rešitev

Pozimi pade $107 + 69 + 70 = 246$ mm padavin.

Spomladi pade $88 + 99 + 109 = 296$ mm padavin.

Če 246 mm predstavlja 18,1 % letne količine padavin, potem 296 mm predstavlja

$$\frac{296}{246} \cdot 18,1 \% = 21,8 \%$$

letne količine padavin.

Točkovanje

Količina padavin pozimi 1 točka.

Količina padavin spomladi 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- c) Septembra in oktobra pade enaka količina padavin. Določi jo in dopolni klimogram s podatki o padavinah v septembru in oktobru. Višino padavin v milimetrih zaokroži na celo število. [3 točke]

Rešitev

Označimo septembrsko in oktobrsko količino padavin z x .

Iz vprašanja b) določimo celoletno višino padavin $\frac{246}{0,181} = 1359$ mm.

V ostalih mesecih skupaj pade 1067 mm.

Iz enačbe $2x + 1067 = 1359$ dobimo $x = 146$.

Septembra in oktobra pade po 146 mm padavin.

Točkovanje

Enačba, iz katere je mogoče določiti x , 1 točka.

Odgovor 1 točka.

Dopolnjen klimogram (zadoščata pravokotnika, zapis števila ni potreben) 1* točka.

Postopkovno točko damo, če je ustrezno narisana narobe izračunana višina padavin.

Upoštevamo odstopanja odčitanih padavin, ki so bila dovoljena v nalogi a).

- d) Gostota deževnice je 1000 kg/m^3 . Privzemi, da januarska količina padavin v celoti pade v obliki snega, katerega gostota je 125 kg/m^3 . Določi debelino v januarju nastale snežne odeje, če se sneg ne stali ali zgosti. Debelino snežne odeje v centimetrih zaokroži na eno decimalno mesto. [2 točki]

Rešitev

Ker je sneg $\frac{1000}{125} = 8$ -krat redkejši od deževnice, bo enaka količina vode zavzela 8-krat večjo prostornino.

Pri enaki površini osnovne ploskve to pomeni 8-krat večjo višino.

Ker januarja pade 69 mm dežja, je debelina snežne odeje $8 \cdot 69 = 552 \text{ mm}$ oziroma 55,2 cm.

Točkovanje

Razmerje višin 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- e) Vrtničkar 1. marca na vrt postavi prazno cisterno s prostornino 15 hektolitrov in vanjo napelje žleb vrtnice s tlorisno površino strehe 5 m^2 . V katerem mesecu lahko pričakuje, da bo cisterna polna, če vmes vode ne porablja, zanemarimo izhlapevanje ter privzamemo, da bo mesečna količina padavin enaka dolgoletnemu povprečju? [3 točke]

Rešitev

Vrtničkar potrebuje 15 hektolitrov, kar je $1,5 \text{ m}^3$ deževnice.

Pri osnovni ploskvi 5 m^2 tako prostornino dosežemo pri višini 0,3 m, kar je 300 mm.

V marcu, aprilu in maju skupaj pade 296 mm padavin, zato je cisterna polna v juniju.

Točkovanje

Pravilna pretvorba enot 1 točka.

Potrebna skupna višina padavin 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- f) Določi povprečno temperaturo v juniju, če veš, da je povprečna temperatura poleti za $19,2 \text{ }^\circ\text{C}$ višja od povprečne temperature pozimi. Dopolni klimogram s podatkom o temperaturi v juniju. Temperaturo v $^\circ\text{C}$ zaokroži na eno decimalno mesto. [4 točke]

Rešitev

Označimo povprečno temperaturo junija z x .

Pri izračuna povprečja upoštevamo, da meseci niso enako dolgi.

Povprečna temperatura poleti je

$$\frac{30 \cdot x + 31 \cdot 21,3 + 31 \cdot 20,6}{92} = \frac{30x + 1298,9}{92}.$$

Povprečna temperatura pozimi je

$$\frac{31 \cdot 1,3 + 31 \cdot 0,3 + 28 \cdot 2,0}{90} = \frac{105,6}{90}.$$

Iz enačbe

$$\frac{30x + 1298,9}{92} = \frac{105,6}{90} + 19,2$$

dobimo $x = 19,18$.

Povprečna temperatura junija je $19,2^{\circ}\text{C}$.

Točkovanje

Vsaj eno uteženo povprečje 1 točka.

Enačba, iz katere je mogoče izraziti x , 1 točka.

Temperatura 1 točka.

Dopolnjen klimogram (zadoščajo točka in daljici, zapis števila ni potreben) 1 točka.*

Postopkovno točko damo, če je ustrezno narisana narobe izračunana temperatura.

Upoštevamo odstopanja, ki so posledica vmesnih zaokrožitev, npr. $\frac{105,6}{90} \doteq 1,2$.

Če tekmovalec ne upošteva, da so meseci različno dolgi, damo največ 1 točko.

2. Tanja in Miran sta pri banki sklenila triletni varčevalni načrt. Banka uporablja relativno mesečno obrestovanje in 4,5 % letno obrestno mero.

Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

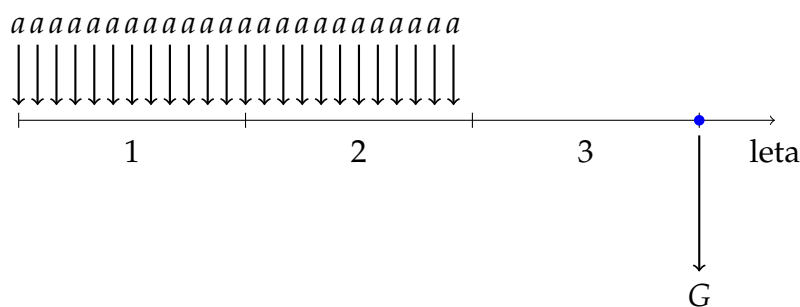
a) Tanja je dve leti na začetku vsakega meseca vlagala po 150 €, v tretjem letu pa ni vlagala ničesar več. Kolikšen znesek lahko dvigne ob koncu varčevalnega načrta? [10 točk]

Rešitev

Denarni tokovi, ki jih predstavlja varčevalna shema:

- Tanja dve leti na začetku vsakega meseca vplača znesek $a = 150$ €.
- Ob koncu tretjega leta dvigne glavnico G .

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Letna obrestna mera je $p\% = 4,5\%$.

Mesečni obrestni faktor je $r = 1 + \frac{p}{12 \cdot 100} = 1,00375$.

Redukcijski termin postavimo na konec tretjega leta.

Po načelu ekvivalence glavnice dobimo:

$$G = ar^{36} + ar^{35} + \dots + ar^{14} + ar^{13}$$

$$G = ar^{13}(r^{23} + r^{22} + \dots + r + 1)$$

$$G = ar^{13} \cdot \frac{r^{24} - 1}{r - 1}$$

$$G = 150 \cdot 1,00375^{13} \cdot \frac{1,00375^{24} - 1}{1,00375 - 1} = 3947,07 \text{ €}$$

Tanja dvigne 3947,07 €.

Točkovanje

Shema denarnih tokov oziroma razumevanje naloge 3 točke.

Mesečni obrestni faktor 1 točka.

Enačba na osnovi načela ekvivalence glavnice 3 točke.

Vsota geometrijske vrste 1* točka.

Rezultat 2 točki.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

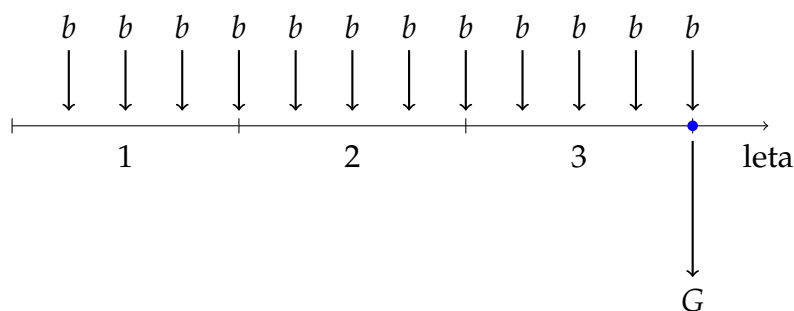
- b) Miran je vsa tri leta vlagal na koncu vsakega četrtertletja enake zneske. Po treh letih lahko dvigne natanko enak znesek kot Tanja. Kolikšne zneske je vlagal Miran? [10 točk]

Rešitev

Denarni tokovi, ki jih predstavlja varčevalna shema:

- Miran tri leta vplača na koncu vsakega četrtertletja znesek b .
- Ob koncu tretjega leta dvigne glavnico $G = 3947,07 \text{ €}$.

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Redukcijski termin postavimo na konec tretjega leta.

Po načelu ekvivalence glavnice dobimo:

$$G = br^{33} + br^{30} + \dots + br^3 + b$$

$$G = b(r^{33} + r^{30} + \dots + r^3 + 1)$$

$$G = b \cdot \frac{r^{36} - 1}{r^3 - 1}$$

Izrazimo neznani znesek:

$$b = G \cdot \frac{r^3 - 1}{r^{36} - 1}$$

$$b = 3947,07 \cdot \frac{1,00375^3 - 1}{1,00375^{36} - 1} = 308,99 \text{ €}$$

Miran vlaga po 308,99 €.

Točkovanje

Shema denarnih tokov oziroma razumevanje naloge 3 točke.

Enačba na osnovi načela ekvivalence glavnice 3 točke.

Vsota geometrijske vrste 2* točki.

Rezultat 2 točki.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

3. Državna zakladnica je izdala šestmesečne, dvanajstmesečne in osemnajstmesečne zakladne menice. To so netvegane brezkuponske obveznice z nominalnimi vrednostmi 1000 €. V sporočilu za javnost so zapisali, da je cena šestmesečne menice znašala 978 €, dvanajstmesečne 939 €, osemnajstmesečne pa 892,90 €.

Rezultate v evrih, odstotkih ali brez enot zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Pri vrednotenju zakladnih menic uporabljamo princip *navadnega obrestovanja*. Določi obrestne mere $R(0, \frac{1}{2})$, $R(0, 1)$ in $R(0, \frac{3}{2})$, po katerih se je zadolžila država. [8 točk]

Rešitev

Pri navadnem obrestovanju je zveza med nominalno vrednostjo zakladne menice N in njeno ceno P dana z enačbo

$$P = \frac{N}{1 + R(0, T) \cdot T},$$

kjer sta T čas do dospetja obveznice, $R(0, T)$ pa pripadajoča obrestna mera.

Od tod izrazimo obrestno mero

$$R(0, T) = \frac{1}{T} \left(\frac{N}{P} - 1 \right).$$

Pri nominalni vrednosti $N = 1000$ € in danih cenah menic dobimo

$$R(0, \frac{1}{2}) = \frac{1}{\frac{1}{2}} \left(\frac{1000}{978} - 1 \right) = 4,50 \%,$$

$$R(0, 1) = \frac{1}{1} \left(\frac{1000}{939} - 1 \right) = 6,50 \%,$$

$$R(0, \frac{3}{2}) = \frac{1}{\frac{3}{2}} \left(\frac{1000}{892,90} - 1 \right) = 8,00 \%.$$

Opomba: Za posamezno menico je ustrezen tudi zapis

$$G_T = G_0 + o = G_0 + G_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot T,$$

iz katerega izračunamo obrestno mero p .

Točkovanje

Razumevanje denarnih tokov zakladne menice (vsaj ene) 1 točka.

Pravilna uporaba tipa obrestovanja (formula ali vsaj en primer) 1 točka.

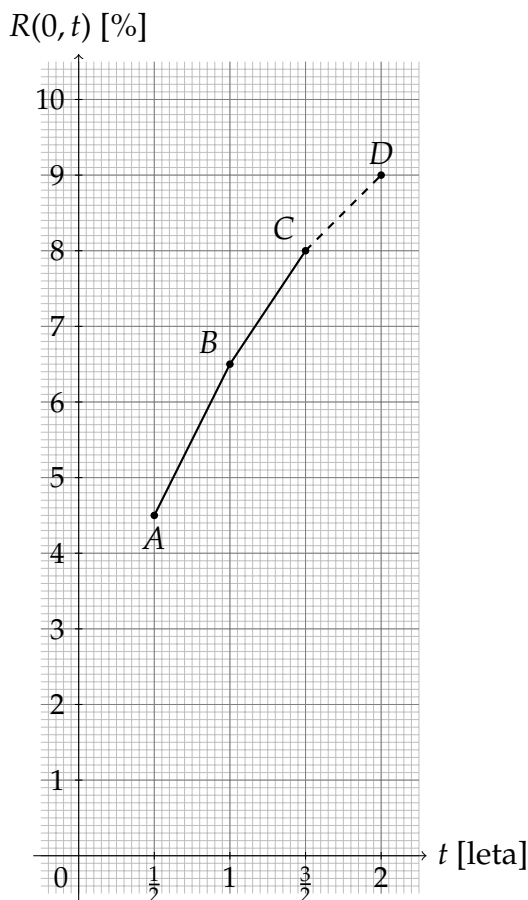
Vsaka pravilno zaokrožena obrestna mera (ničla na mestu stotin ni obvezna) 2 točki.

- b) Privzemi, da je časovna struktura obrestne mere $R(0, t)$ zvezna (neprekinjena) in odsekoma linearna z delilnimi točkami pri $t = \frac{1}{2}$, $t = 1$ in $t = \frac{3}{2}$. Nariši graf časovne strukture obrestne mere $R(0, t)$, izražene v odstotkih, za obdobje $\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}$ ter določi njen analitični predpis. [6 točk]

Nasvet: Analitični predpis sestavljata dve linearni funkciji $R_i(0, t) = k_i t + n_i$, kjer indeks $i = 1$ ustreza obdobju $\frac{1}{2} \leq t < 1$, indeks $i = 2$ pa obdobju $1 \leq t \leq \frac{3}{2}$.

Rešitev

Graf časovne strukture obrestne mere.



Graf linearne funkcije $R_1(0, t) = k_1 t + n_1$ poteka skozi točki $A(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$ in $B(1, \frac{13}{2})$.
Njen smerni koeficient je

$$k_1 = \frac{R_B - R_A}{t_B - t_A} = \frac{\frac{13}{2} - \frac{9}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 4,$$

začetna vrednost pa

$$n_1 = R_A - k_1 t_A = \frac{9}{2} - 4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

Njen predpis je $R_1(0, t) = 4t + \frac{5}{2}$.

Graf linearne funkcije $R_2(0, t) = k_2 t + n_2$ poteka skozi točki $B(1, \frac{13}{2})$ in $C(\frac{3}{2}, 8)$.

Njen smerni koeficient je

$$k_2 = \frac{R_C - R_B}{t_C - t_B} = \frac{8 - \frac{13}{2}}{\frac{3}{2} - 1} = 3,$$

začetna vrednost pa

$$n_2 = R_B - k_2 t_B = \frac{13}{2} - 3 \cdot 1 = \frac{7}{2}.$$

Njen predpis je $R_2(0, t) = 3t + \frac{7}{2}$.

Skupen analitičen predpis časovne strukture je

$$R(0, t) = \begin{cases} 4t + \frac{5}{2}; & \frac{1}{2} \leq t < 1, \\ 3t + \frac{7}{2}; & 1 \leq t \leq \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Točkovanje

Graf: Upoštevane točke A, B in C 1 točka, daljici AB in BC 1 točka.

Vsak smerni koeficient 1* točka.

Vsaka začetna vrednost 1* točka.

Postopkovne točke damo, če so v nalogi a) narobe določene obrestne mere.

Graf upoštevamo tudi, če je krivulja nekako razširjena na interval $[0, \frac{1}{2})$.

- c) Časovno strukturo želimo podaljšati do časa $t = 2$ s pomočjo še tretje linearne funkcije $R_3(0, t) = k_3t + n_3$. Privzemi, da smerni koeficienti k_1, k_2, k_3 sestavljajo aritmetično zaporedje (to pomeni, da je $k_3 - k_2 = k_2 - k_1$) in da je časovna struktura zvezna. Določi obrestno mero $R(0, 2)$ in dopolni graf iz naloge b). [4 točk]

Rešitev

Smerni koeficient tretje linearne funkcije je $k_3 = 2k_2 - k_1 = 2 \cdot 3 - 4 = 2$.

Zaradi zveznosti pripadajoča linearna premica poteka skozi točko $C(\frac{3}{2}, 8)$.

Njena začetna vrednost je

$$n_3 = R_C - k_3t_C = 8 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 5.$$

Na intervalu $\frac{3}{2} < t \leq 2$ je obrestna mera dana z

$$R_3(0, t) = 2t + 5.$$

Iskana obrestna mera je $R(0, 2) = 2 \cdot 2 + 5 = 9\%$.

Točkovanje

Smerni koeficient k_3 1* točka.

Obrestna mera $R(0, 2)$ 2 točki.

Dopolnjen graf 1 točka.

Postopkovne točke damo, če so v nalogi a) narobe določene obrestne mere ali v nalogi b) narobe izračunana smerna koeficienta.

- d) Zaradi interesa vlagateljev država izda še milijon dveletnih zakladnih menic z nominalno vrednostjo 1000 €. Določi ceno dveletne menice in znesek, ki ga z dodatno izdajo zbere država. [2 točki]

Rešitev

Cena dveletne zakladne menice je

$$P_2 = \frac{N}{1 + R(0, 2) \cdot 2} = \frac{1000}{1 + 0,09 \cdot 2} = 847,46 \text{ €}.$$

Z izdajo milijona dveletnih zakladnih menic je država zbrala

$$1\,000\,000 \cdot 847,46 = 847\,460\,000 \text{ €}.$$

Točkovanje

Cena zakladne menice 1 točka.

Zbran znesek 1* točka.

Postopkovno točko damo, če je narobe določena cena dveletne menice.