

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

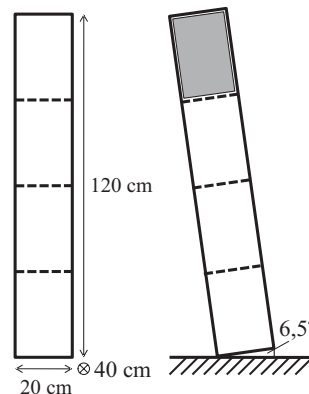
Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

1. Omara brez sprednje in zadnje stene je z vodoravnimi policami po višini enakomerno predeljena na štiri predele. Omaro nagnemo za kot  $6,5^\circ$  in na vrhno polico začnemo pokonci nalagati enake knjige, visoke 30 cm, široke 20 cm in debele 3,0 cm. Platnice so vzporedne s stranskima stenama omare in se natanko prilegajo predelu omare, kot je prikazano na osenčenem delu slike.

Koliko knjig smemo naložiti na polico, da se omara ne prevrne, če je masa posamezne knjige:

- a) 2,6 kg?  
b) 2,3 kg?

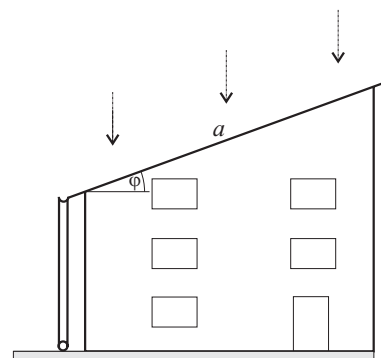


Dimenzije omare so  $(20 \times 120 \times 40) \text{ cm}^3$ , masa omare s policami je 20 kg. Lepenje med posamezno knjigo in polico je dovolj veliko, da knjiga s police ne zdrsne.

2. Oče in sin se odločita, da se bosta pomerila v hitrostnem drsanju. Oče tehta 65 kg, sin 40 kg, vsak pa ima v roki še štafetno palico z maso 1 kg. Tekmovati nameravata na progi dolžine 60 m. Drsati začneta hkrati brez začetne hitrosti, najprej enakomerno pospešujeta (vsak s svojim pospeškom), dokler ne dosežeta vsak svoje končne hitrosti, nato pa drsata s takšnima hitrostma do ciljne črte. Oče pospešuje s pospeškom  $0,5 \text{ m/s}^2$ , njegova končna hitrost je  $5 \text{ m/s}$ . Sin pospešuje s pospeškom  $0,8 \text{ m/s}^2$ , njegova končna hitrost pa je  $4 \text{ m/s}$ .

- a) Kdo je zmagovalec in koliko prej je na cilju kot poraženec?  
b) Porazenec izzove zmagovalca še enkrat. Zmagovalec drsa enako kot v prvem dvoboju, poraženec pa v nekem trenutku, ko že drsa enakomerno, odvrže štafetno palico v nasprotni smeri drsanja s hitrostjo  $4 \text{ m/s}$  glede na led in z novo hitrostjo enakomerno drsa do cilja. V kateri razdalji od cilja je odvrgl palico, če sta prispela na cilj istočasno?

3. Ob močnem nalivu pade v eni uri 60 mm dežja na kvadratni meter površine vodoravnih tal. Dež pada navpično na enokapno streho večstanovanjske stavbe, se zliva v žleb, nato pa po cevi pada neposredno na turbino, ki je nameščena pri tleh in poganja generator. Izgube pri pretakanju vode in pri izmenjavi dela med vodo, turbino in generatorjem zanemarimo. Privzamemo, da je hitrost vodnih kapljic, takoj ko padejo na streho, enaka 0. Žleb je na višini 8 m od tal, streha ima stranici  $a = 12 \text{ m}$  in  $b = 15 \text{ m}$ ; stranica  $a$  je tista, ki je na sliki narisana nagnjeno. Gostota vode je  $1 \text{ kg/dm}^3$ .



- a) S kolikšno močjo generator oddaja električno energijo porabniku v primeru, ko je naklon strehe zelo majhen (ko je streha praktično vodoravna)?  
b) Kolikšna pa je moč generatorja v primeru, da je streha nagnjena pod kotom  $\varphi = 30^\circ$ ?  
c) V Sloveniji pade povprečno  $700 \text{ mm/m}^2$  padavin na leto. Koliko kilovatnih ur električne energije bi oddal generator v enem letu v primeru b)?

## Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

- Mobilni telefon ima baterijo z napetostjo  $3,7 \text{ V}$ , ki ima napolnjena  $1200 \text{ mAh}$  naboja. Na zaslonu telefona je linearni indikator napoljenosti baterije, ki ob napolnjeni bateriji kaže 7 črtic (ko kaže eno črtico, je v bateriji med 0 in  $1/7$  največjega naboja). Ko indikator ravno pade s 4 na 3 črtice, mobilni telefon priključimo na polnilec baterije.
  - Po kolikšnem času bo baterija mobilnega telefona polna?
  - Kolikšen bo ta čas, če med polnjenjem na mobilnem telefonu gledamo film?
  - Kolikšen pa bo ta čas, če med polnjenjem na mobilnem telefonu gledamo film, obenem pa imamo vklopljen sprejemnik za brezžično spletno povezavo?

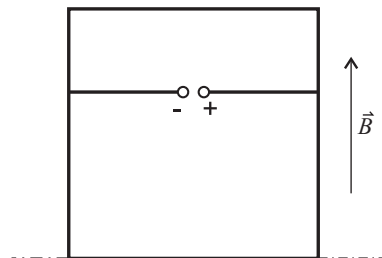
Med gledanjem filma mobilni telefon troši moč  $1,5 \text{ W}$ , sprejemnik za brezžično spletno povezavo pa troši moč  $1,9 \text{ W}$ . Polnilec baterije je izvir, ki daje konstantni tok  $890 \text{ mA}$ .

- Gozdarji so si visoko v gorah, kjer ni vodovoda in elektrike, pripravili preprost sistem za ogrevanje vode za tuširanje po napornem delu v gozdu. Sistem je sestavljen iz dveh rezervoarjev in mešalnega ventila. V enem rezervoarju je hladna voda s temperaturo  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ , v drugem s prostornino  $80 \text{ litrov}$  pa segreta voda s temperaturo  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ . Rezervoarja sta povezana s cevmi v mešalno pipo, od koder priteka mešanica mrzle in tople vode, s katero se gozdarji prhajajo. Temperatura vode, primerna za prhanje, je  $45 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Koliko gozdarjev se lahko oprha, če en gozdar povprečno porabi  $50 \text{ litrov}$  vode?

Temperatura vode v rezervoarjih se ne spreminja.

- Iz kovinske žice s prečnim presekom  $1 \text{ mm}^2$  naredimo kvadraten okvir s stranico  $a = 10 \text{ cm}$ , na katerega privarimo prečno žico, na oddaljenosti  $2a/3$  od spodnje stranice (glej sliko). Specifični upor kovine je  $10 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ . V prečno žico vežemo izvir z napetostjo  $U = 1 \text{ V}$ . Okvir postavimo v homogeno magnetno polje z gostoto  $B = 1 \text{ T}$ , tako da vektor  $\vec{B}$  leži v ravnini okvira; njegovo smer kaže slika.



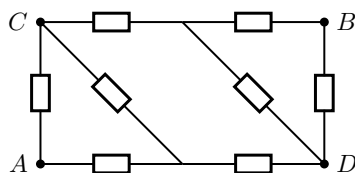
- Kolikšna je vsota magnetnih sil, ki delujejo na okvir?
- Kolikšen je navor teh sil glede na os v spodnji stranici?
- Ali lahko dosežemo, da je navor magnetnih sil glede na os v spodnji stranici enak nič, tako da spremenimo presek žice v zgornji veji (zgornji stranici in zgornji tretjini leve in desne stranice)? Za koliko moramo presek spremeniti?

Priključka na prečni žici sta zelo malo razmaknjena, tako da lahko predpostaviš, da je dolžina žice enaka kar  $a$ .

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

- Z digitalnim fotoaparatom slikamo kolesarja, ki se pelje mimo nas na razdalji  $10 \text{ m}$  pravokotno na zveznico med njim in fotoaparatom. Hitrost kolesarja je  $30 \text{ km/h}$ .
  - Kako dolgo sled pusti kolesar na senzorju, če je čas osvetlitve, v katerem fotoaparatus zajema sliko,  $0,01 \text{ s}$ , goriščna razdalja objektivafotoaparata pa je  $5 \text{ cm}$ ?
  - Kolikšna je dolžina sledi v številu slikovnih točk na senzorju? Senzor fotoaparata ima  $8$  milijonov slikovnih točk, dimenzije senzorja pa so  $22 \text{ mm}$  v širino in  $15 \text{ mm}$  v višino. Vsaka slikovna točka ima obliko kvadrata.
- Iz upornikov z uporom  $100 \Omega$  sestavimo vezje na sliki. Najprej med točki A in B priključimo baterijo z napetostjo  $9 \text{ V}$  tako, da je na priključku A pozitivni pol baterije, na priključku B pa negativni pol.
  - Kolikšen tok teče skozi baterijo?
  - Med točki C in D dodamo enako baterijo tako, da je na priključku C pozitivni pol baterije, na priključku D pa negativni pol. Kolikšen tok teče skozi posamezno baterijo?
  - Kolikšno moč troši celotno vezje v primeru b)?



- Igrača avtomobilček tehta brez koles  $100 \text{ g}$ . Na ogrodju so nameščena še štiri diskasta kolesa iz železa s širino  $3 \text{ mm}$  in polmerom  $10 \text{ mm}$ . Mehanizem v igrački je tak, da so kolesa povezana s polžasto vzmetjo s sučnim koeficientom  $D = 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ . Ko potisnemo avtomobilček nazaj za  $5 \text{ cm}$ , se vzmet zasuka za enak kót kot kolesa; pri tem opravljeno delo se naloži v energijo polžaste vzmeti.
  - S kolikšno največjo silo moramo zadrževati voziček?
  - Avtomobilček spustimo. Kolikšno največjo hitrost doseže?

Predpostavi, da polžasta vzmet odda vso svojo energijo in ni izgub. Med kolesi in tlemi ni spodrsavanja. Gostota železa je  $7800 \text{ kg/m}^3$ .

*Pojasnilo:* Sučni koeficient  $D$  ima v zvezi med navorom in zasukom polžaste vzmeti enako vlogo kot prožnostni koeficient  $k$  v zvezi med silo in raztezkom pri vijačni vzmeti.

# Regijsko tekmovanje srednješolcev iz fizike v letu 2009

©Tekmovalna komisija pri DMFA

13. marec 2009

## **Kazalo**

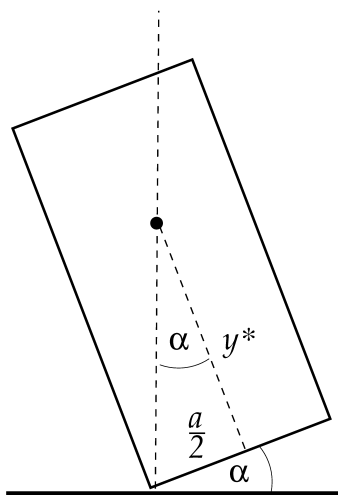
Skupina I – rešitve	2
Skupina II – rešitve	4
Skupina III – rešitve	6

## Skupina I – rešitve

1. Podatki:  $a = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 40 \text{ cm}$ ,  $h = 120 \text{ cm}$ ,  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $m_o = 20 \text{ kg}$ ,  $m_1 = 2,6 \text{ kg}$ ,  $m'_1 = 2,3 \text{ kg}$ ,  $\alpha = 6,5^\circ$ .

a) Z  $y^*$  označimo razdaljo do težišča omare in knjig, merjeno od sredine spodnje stranice. Kot je razvidno iz slike, se omara ravno še ne prevrne, če velja

$$\tan \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{y^*}, \quad y^* = \frac{a}{2 \tan \alpha},$$



Za težišče velja

$$y^* = \frac{m_o \frac{1}{2} h + m_k \frac{7}{8} h}{m_o + m_k},$$

pri čemer smo z  $m_k$  označili skupno maso knjig na zgornji polici. Dobimo:

$$m_k = \frac{m_o \left( \frac{1}{2} a - \frac{1}{2} h \tan \alpha \right)}{\frac{7}{8} h \tan \alpha - \frac{1}{2} a} = 32,2 \text{ kg}.$$

Kritična masa knjig ustreza  $m_k/m_1 = 12,4$ , torej 12 knjigam. Vseh 12 knjig lahko zložimo na zgornjo polico, saj je njihova skupna širina  $d' = Nd = 36 \text{ cm}$  manjša od širine police. Omara se prevrne pri 13 knjigi. [8 t.]

b) V tem primeru dobimo  $m_k/m'_1 = 14,01$ , vendar je njihova skupna širina večja od širine omare. Na zgornjo polico smemo položiti maksimalno število 13 knjig, ki ravno še gredo na zgornjo polico. [2 t.]

2. Podatki:  $m_1 = 65 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 40 \text{ kg}$ ,  $a_1 = 0,5 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,8 \text{ m/s}^2$ ,  $v_1 = 5 \text{ m/s}$ ,  $v_1 = 4 \text{ m/s}$ ,  $m_p = 1 \text{ kg}$ ,  $v_p = 4 \text{ m/s}$ ,  $s_0 = 60 \text{ m}$ .

a) Oče za pospeševanje porabi  $t_1 = v_1/a_1 = 10 \text{ s}$  in v tem času opravi pot  $s_1 = v_1^2/2a_1 = a_1 t_1^2/2 = 25 \text{ m}$ . Za preostanek poti porabi  $t'_1 = (s_0 - s_1)/v_1 = 7 \text{ s}$ . Na cilj pride v času  $t_1 + t'_1 = 17 \text{ s}$ . Za sina dobimo  $t_2 = 5 \text{ s}$ ,  $s_2 = 10 \text{ m}$  in  $t'_2 = 12,5 \text{ s}$ , kar pomeni, da pride na cilj v času  $17,5 \text{ s}$ . Zmaga oče za  $0,5 \text{ s}$ . [4 t.]

b) Ko sin odvrže palico, se ohrani vsota njegove in paličine gibalne količine:

$$(m_2 + m_p)v_2 = m_2v'_2 - m_p v_p,$$

od koder dobimo za hitrost sina po metu palice

$$v'_2 = \frac{(m_2 + m_p)v_2 + m_p v_p}{m_2} = 4,2 \text{ m/s}. \quad [2 \text{ t.}]$$

Da sin ujame očeta, mora za zadnji del poti  $s_0 - s_2$  porabiti  $t_0 = 12 \text{ s}$ . Če s  $t$  označimo čas, ko drsa s povečano hitrostjo  $v'_2$ , porabi za prvi del poti, ko drsa še s hitrostjo  $v_2$ , čas  $t_0 - t$ . Velja

$$v_2(t_0 - t) + v'_2 t = s_0 - s_2, \quad t = \frac{s_0 - s_2 - v_2 t_0}{v'_2 - v_2} = 10 \text{ s}.$$

V tem času naredi pot  $\Delta s = v'_2 t = 42 \text{ m}$ . Palico mora odvreči  $42 \text{ m}$  pred ciljem. [4 t.]

3. Podatki:  $v = 60 \text{ mm/h}$ ,  $h = 8 \text{ m}$ ,  $a = 12 \text{ m}$ ,  $b = 15 \text{ m}$ ,  $\rho = 1 \text{ kg/dm}^3$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $v_p = 700 \text{ mm/leto}$ .

a) Potencialna energija dežja se spremeni v mehansko in nato v električno delo. Z  $\Delta s$  označimo višino dežja, ki pade na streho v času  $\Delta t$ . Moč lahko potem zapišemo kot

$$P = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{ab\Delta s\rho gh}{\Delta t} = abhv\rho g = 235 \text{ W}. \quad [4 \text{ t.}]$$

b) Če je streha nagnjena pod kotom  $\varphi$ , je presek na katerega pada dež, enak ploščini tlorisa hiše:  $S = a'b$ ,  $a' = a \cos \varphi$ . Dež se na strehi nabira na različnih višinah; pri zapisu potencialne energije vzamemo višino težišča,  $h^* = h + \frac{1}{2}a \sin \varphi$ . Za moč sedaj velja:

$$P = \frac{mgh^*}{\Delta t} = \frac{ab \cos \varphi \Delta s \rho g (h + \frac{1}{2}a \sin \varphi)}{\Delta t} = ab \frac{\sqrt{3}}{2} v \rho g (h + \frac{1}{4}a) = 280 \text{ W}.$$

[4 t.]

c) V tem primeru vzamemo  $\Delta s = 700 \text{ mm}$  in

$$A = mgh^* = ab \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta s \rho g (h + \frac{1}{4}a) = 11,8 \text{ MJ} = 3,3 \text{ kWh}.$$

[2 t.]

## Skupina II – rešitve

1. Podatki:  $U = 3,7 \text{ V}$ ,  $e_0 = 1200 \text{ mAh}$ ,  $I_0 = 890 \text{ mA}$ ,  $P_f = 1,5 \text{ W}$ ,  $P_s = 1,9 \text{ W}$ .

a) Ko indikator preskoči s 4 na 3, je v bateriji še  $3/7$  začetnega naboja  $e_0$ ; da se baterija napolni, moramo dovesti  $e = 4e_0/7$  naboja. Za to je potreben čas

$$t = \frac{e}{I_0} = \frac{4e_0}{7I_0} = 0,77 \text{ h} = 46 \text{ min} = 2770 \text{ s}.$$

[4 t.]

b) Če gledamo film, telefon porablja  $I_f = P_f/U = 405 \text{ mA}$  toka, torej ga za polnjenje ostane  $I = I_0 - I_f$  in čas polnenja se podaljša na

$$t = \frac{4e_0}{7(I_0 - I_f)} = 1,41 \text{ h} = 85 \text{ min} = 5090 \text{ s}.$$

[4 t.]

c) V tem primeru bi sprejemnik porabljal  $I_s = P_s/U = 513 \text{ mA}$  toka, skupaj s predvajalnikom za film pa  $I = I_f + I_p = 918 \text{ mA}$ , kar je več od toka polnilca. Baterija se ne bi polnila. [2 t.]

2. Podatki:  $V_1 = 80 \text{ l}$ ,  $T_1 = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_z = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $V_0 = 50 \text{ l}$ .

Pri mešanju se topla voda ohladi od  $T_1$  do  $T_z$  in pri tem odda vso toploto hladni vodi, ki se segreje od  $T_2$  do  $T_z$ :

$$\rho V_1 c_p (T_1 - T_z) = \rho V_2 c_p (T_z - T_2), \quad V_2 = \frac{V_1 (T_1 - T_z)}{(T_z - T_2)} = 90 \text{ l}.$$

Skupaj imajo gozdarji  $V_1 + V_2 = 170 \text{ l}$  vode, kar zadošča za prhanje treh gozdarjev. [10 t.]



3. Podatki:  $S = 1 \text{ mm}^2$ ,  $\zeta = 10 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ,  $U = 1 \text{ V}$ ,  $B = 1 \text{ T}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $a_2 = 2a/3$ .

a) Magnetna sila deluje le na stranici kvadrata, ki sta pravokotni na magnetno polje, in na prečno žico. Vsota tokov po zgornji in spodnji stranici je enaka toku v prečni žici. Ker pa tokova tečeta v nasprotno smer kot tok v prečni žici, je vsota sil enaka 0. [3 t.]

b) K navoru prispevata le sila na zgornjo stranico  $F_1 = I_1 a B$  in sila na prečno žico  $F_0 = I_0 a B$ :

$$M = aF_1 - \frac{2a}{3} F_0 = a I_1 a B - \frac{2a}{3} I_0 a B = a^2 B \left( I_1 - \frac{2}{3} I_0 \right).$$

Za izračun tokov najprej izračunajmo upore posameznih vej. Upor žice z dolžino  $a$  je  $R = \zeta a / S = 1 \text{ } \Omega$ ; dolžina zgornje veje je  $5a/3$  in upor  $R_1 = 5R/3$ ; upor spodnje veje je  $R_2 = 7R/3$ . Nadomestni upor vezja je

$$R_0 = R + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \frac{71}{36} R = 1,97 \text{ } \Omega.$$

Tok skozi prečno žico je

$$I_0 = \frac{U}{R_0} = \frac{36}{71} \frac{U}{R} = 0,507 \text{ A}.$$

Tok  $I_0$  se razveji v tokova  $I_1$  in  $I_2$  v obratnem razmerju uporov obeh vej. Iz  $I_0 = I_1 + I_2$  in  $I_1/I_2 = R_2/R_1$  dobimo

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0 = \frac{21}{71} \frac{U}{R} = 0,296 \text{ A}$$

in končno

$$M = -a^2 B \frac{3}{71} \frac{U}{R} = -4,2 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}.$$

Okvir se zavrti proti nam (iz lista). [4 t.]

c) Do rešitve pridemo najhitreje z naslednjim razmislekom: da bo navor 0, mora po zgornji veji teči  $2/3$  toka (glej primer b)), ki teče prečnem vodniku; torej mora teči po spodnji veji  $1/3$  tega toka. Upora zgornje in spodnje veje morata zato biti v razmerju 1:2, torej

$$\frac{R'_1}{R'_2} = \frac{\frac{5a\zeta}{3S'}}{\frac{7a\zeta}{3S}} = \frac{5S}{7S'} = \frac{1}{2}$$

in od tod

$$\frac{S'}{S} = \frac{10}{7} = 1,43.$$

Torej moramo v zgornji veji vzeti za  $0,43 \text{ mm}^2$  (43 %) večji presek žice. [3 t.]

## Skupina III – rešitve

1. Podatki:  $a = 10 \text{ m}$ ,  $v = 30 \text{ km/h}$ ,  $t = 0,01 \text{ s}$ ,  $f = 5 \text{ cm}$ ,  $N_0 = 8 \cdot 10^6$ ,  $l = 22 \text{ mm}$ ,  $h = 15 \text{ mm}$ .

a) Kolesar v tem času opravi pot  $s = vt = 8,3 \text{ cm}$ . Slika kolesarja nastane na razdalji  $b = af/(a - f) \approx f$ . Velikost slike (dolžina sledi) je enaka

$$s' = s \frac{b}{a} = 0,42 \text{ mm}.$$

[6 t.]

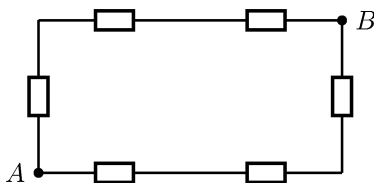
b) Ploščina ene slikovne točke je  $S = lh/N_0$ , stranica pripadajočega kvadrata meri  $a = \sqrt{S} = \sqrt{lh/N_0} = 6 \mu\text{m}$ . Dolžina sledi v številu slikovnih točk je

$$N = \frac{s'}{a} = \frac{s'}{\sqrt{lh/N_0}} = 65.$$

[4 t.]

2. Podatki:  $R = 100 \Omega$ ,  $U = 9 \text{ V}$ .

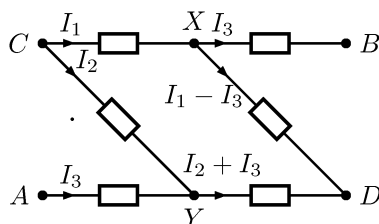
a) Priključni točki poševnih upornikov sta na enakem potencialu, zato skozi upornika ne teče električni tok; lahko ju enostavno odstranimo iz vezja. Skupni upor vezja med točkama A in B je enak skupnemu uporu vzporednih vej treh zaporedno vezanih upornikov:



$$R_S = \frac{1}{2} 3R, \quad I = \frac{2U}{3R} = 60 \text{ mA}.$$

[3 t.]

b) Ker je napetost med A in B enaka napetosti med C in D, in ker je vezje simetrično na zamenjavo A in B ter C in D, sta točki A in C na enakem potencialu in prav tako točki B in D. (Če bi bila D na višjem potencialu kot B, bi morala biti zaradi simetrije C na nižjem potencialu kot A, a potem napetosti AB in CD ne bi bili enaki.) Upornika, vezana med A in C ter B in D, lahko odstranimo, saj skozi njiju tok ne teče. Tokove v vezju kaže skica:



Skozi prvo vezano baterijo AB teče tok  $I_3$ , skozi CD pa  $I_1 + I_2$ . Iz drugega Kirchhoffovega izreka za sklenjena kroga CYA in BXD dobimo enačbi

$$\begin{aligned} 0 &= RI_2 - RI_3, \\ 0 &= -RI_3 + R(I_1 - I_3), \end{aligned}$$

saj med A in C ni napetosti in prav tako ne med B in D. Za sklenjena kroga CXD in CXB pa se izrek glasi

$$\begin{aligned} U &= 2RI_1 - RI_3, \\ U &= RI_1 + RI_3, \end{aligned}$$

Iz prvih dveh enačb izluščimo  $I_1 = 2I_2 = 2I_3$ , iz drugih dveh pa  $I_3 = U/3R$ . Tokova skozi bateriji sta

$$\begin{aligned} I_{AB} &= I_3 = \frac{U}{3R} = 30 \text{ mA}, \\ I_{CD} &= I_1 + I_2 = 3I_3 = \frac{U}{R} = 90 \text{ mA}. \end{aligned}$$

[5 t.]

c) Ker je  $I_2 + I_3 = I_1$  in  $I_1 - I_3 = I_2$ , lahko celotno moč zapišemo kot vsoto moči, ki se trošijo na posameznih upornikih:

$$P = 2I_3^2R + 2I_2^2R + 2I_1^2R.$$

Vstavimo  $I_1 = 2I_3$  in  $I_2 = I_3$  in upoštevamo  $I_3 = U/3R$

$$P = 4UI_3 = \frac{4U^2}{3R} = 1,08 \text{ W}.$$

[2 t.]

3. Podatki:  $m_v = 100 \text{ g}$ ,  $h = 3 \text{ mm}$ ,  $r = 10 \text{ mm}$ ,  $l = 5 \text{ cm}$ ,  $D = 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ .

a) Kot, za katerega se zavrti polžasta vzmet, je enak kotu, za katerega se zavrtijo kolesa, ko avtomobilček napnemo. Ta kot lahko izrazimo kot kvocient dolžine loka (toliko kot smo ga premaknili nazaj) in radijem kolesa:  $\varphi = l/r$ .

Ko voziček potisnemo nazaj, sta v ravnovesju sila roke in sila lepenja med kolesi in podlago. Navor sile lepenja na kolesa pa je uravnotežen z navorom polžaste vzmeti:

$$F_l r = D\varphi, \quad F = F_l = \frac{D\varphi}{r} = \frac{Dl}{r^2} = 4,85 \text{ N}.$$

[3 t.]

b) Najprej izračunamo maso posameznega kolesa. Z  $r$  označimo radij kolesa, s  $h$  pa njegovo širino.

$$m_k = \rho V_k = \rho \pi r^2 h = 7,35 \text{ g}.$$

Vsa energija, naložena v polžasti vzmeti, se pretvori v kinetično. Energijo vzmeti zapišemo po analogiji z energijo vijačne vzmeti ( $\frac{1}{2}kx^2$ ) kot  $W_{\text{pr}} = \frac{1}{2}D\varphi^2$ . Izračunamo jo lahko tudi preko dela sile, s katero voziček potiskamo nazaj, na poti  $l$ . Ker sila narašča linearno od vrednosti 0 do največje vrednosti, izračunane pri a), dobimo

$$A = \frac{1}{2}Fl = \frac{Dl}{2r^2} l = \frac{1}{2}D\varphi^2.$$

[2 t.]

H kinetični energiji prispevata translacija (cel avtomobilček) in rotacija koles. Energijo vozička na koncu zapišemo kot

$$\frac{1}{2}(m_v + 4m_k)v^2 + 4 \frac{1}{2} J\omega^2.$$

Vztrajnostni moment kolesa je  $J = \frac{1}{2}m_k r^2$ . Ker ni spodrsavanja med kolesi in podlago, mora biti obodna hitrost koles enaka hitrosti avtomobilčka, torej  $\omega = v/r$ . [3 t.]

Dobimo enačbo

$$\frac{1}{2}(m_v + 4m_k)v^2 + m_k v^2 = \frac{1}{2} \frac{Dl^2}{r^2}$$

z rešitvijo

$$v = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{D}{m + 6m_k}} = 1,3 \text{ m/s}.$$

[2 t.]