

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

NALOGE Z REGIJSKEGA FIZIKALNEGA TEKMOVANJA SREDNJEŠOLCEV
SLOVENIJE V ŠOLSLEM LETU 2010/11

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Pred semaforjem stoji dolga kolona vozil. Privzemi, da je vsako vozilo dolgo 4 m in da je razdalja med sosednjimi vozili zanemarljivo majhna. Ko se prižge zelena luč, potrebuje prvo vozilo v koloni 2 s, da spelje. Vsako naslednje vozilo v koloni spelje 2 s za svojim predhodnikom in vozi s pospeškom 1 m/s^2 .

- a) Čez koliko časa peto vozilo v vrsti prevozi semafor? Vozilo prevozi semafor, ko gre zadnji del vozila mimo semaforja.
- b) Koliko vozil bo pravočasno prevozilo semafor, če traja interval zelene luči 30 s?

2. Enako visoka dijaka Matej in Luka neseta po šolskih stopnicah škatlo s ploščatim LCD televizorjem. Televizor ima maso 40 kg, dolžino diagonale 70 cm in razmerje širine in višine 16:9. Televizor je tako tesno v škatli, da lahko privzamemo, da so dimenzije škatle enake dimenzijam televizorja. Šolsko stopnišče je nagnjeno pod kotom 20° .

Najprej neseta televizor tako, da ga drži vsak za svoj spodnji vogal, pri čemer je Luka višje na stopnišču, Matej pa nižje.

- a) Kdo nese več in za koliko več?

Na zgornjih vogalih škatle sta ročaja. Sedaj neseta televizor tako, da ga vsak drži za sebi najbližji ročaj. Luka je spet višje na stopnišču.

- b) Kdo nese v tem primeru več in za koliko več?

Dijaka v obeh primerih delujeta na televizor z navpičnima silama.

3. a) V breztežnem prostoru lebdi pred zelo masivno vesoljsko postajo astronom z maso $M = 70 \text{ kg}$, ki glede na postajo miruje. Astronavt ima v rokah žogo z maso 10 kg, ki jo vrže s hitrostjo 5 m/s glede na sebe. Žoga se od postaje prožno odbije tako, da jo astronom ujame.
- i) S kolikšno hitrostjo žoga zadene vesoljsko postajo?
- ii) Izračunaj hitrost astronavta po tem, ko ujame žogo.
- b) Astronavtu se pridruži kozmonavt z maso M . Oba mirujeta glede na postajo. Astronavt in kozmonavt si izmenično podajata žogo, pri čemer jo vsak vrže s hitrostjo 5 m/s glede na sebe.
- iii) Prvi vrže žogo astronom. Izračunaj hitrost kozmonavta po tem, ko ujeta žogo prvič vrže nazaj.
- iv) Kolikšna je hitrost astronavta po tem, ko prvič ujame žogo?

Skupina II

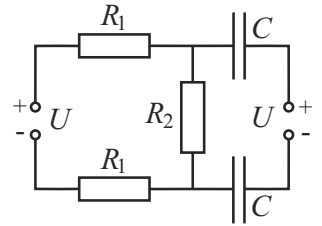
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

- Galilejev termometer sestavljajo posoda s kapljevino ter kroglice različnih gostot, ki so blizu gostote kapljevine. Zaradi temperaturnega raztezanja pri določeni temperaturi niso več plovne in se potopijo.

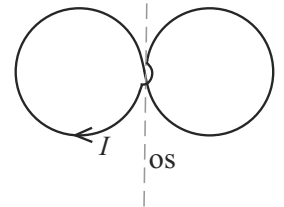
Podoben termometer naredimo z etanolom in plastičnimi kroglicami. Kolikšna je prostorninska temperaturna razteznost plastike, če se kroglice potopijo pri $30 \text{ }^\circ\text{C}$? Podatki, podani pri $20 \text{ }^\circ\text{C}$: gostota etanola 789 kg/m^3 , gostota plastike 785 kg/m^3 , prostorninska temperaturna razteznost etanola pa $1,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

- V električnem vezju (glej sliko) je upor R_1 enak 100Ω , upor R_2 160Ω , kapaciteta C kondenzatorja je enaka 250 pF . Napetost levega in desnega izvira je 9 V . Sprva je levi izvir priključen tako kot je označeno na sliki.

- Kolikšna je napetost na uporniku R_2 ?
- Kolikšen naboj se nabere na posameznem kondenzatorju?
- Potem priključka levega izvira zamenjamo in počakamo, da se ponovno vzpostavi stacionarno stanje. Kolikšen je sedaj naboj na posameznem kondenzatorju?



- Zanka v obliki osmice je pritrjena na vodoravno os, ki poteka skozi sredino zanke in leži v ravnini zanke ter je pravokotna na zveznico med središčema obeh krožnih zank (glej sliko). Masa posamezne krožne zanke je 10 g , polmer pa 20 cm . Levo krožno zanko segrejemo, da se njeno težišče premakne za $0,5 \text{ mm}$, istočasno pa desno ohladimo, da se njeno težišče prav tako premakne za $0,5 \text{ mm}$. Da bi zanka ostala v ravnovesju, vključimo homogeno magnetno polje z gostoto $0,1 \text{ T}$ in poženemo po zanki tok I v narisani smeri (glej sliko).



- Vektor gostote magnetnega polja je v ravnini zanke. V katero od naštetih smeri glede na sliko kaže, če je zanka v ravnovesju? Možne smeri so: navzgor v smeri osi; navzdol v smeri osi; v levo, pravokotno na os; v desno, pravokotno na os.
- Kolikšen tok mora teči v zanki?

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

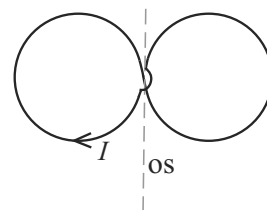
1. Mladi fizik in sosed iz višjega nadstropja izvajata eksperiment. Skozi luknjico v nadstropju je potegnjena vrvica; eno krajišče drži sosed, na drugem krajišču pa je fizik obesil točkasto telo. Dolžina vrvice od točkastega telesa do stropa je 2 m. Fizik odkloni telo za 30° iz ravnovesne lege in ga spusti, da zaniha.
 - a) Kolikšna je hitrost telesa v ravnovesni legi?

Sosed iz višjega nadstropja mu ponagaja in v zanemarljivo kratkem času potegne del vrvi v svojo sobo, v trenutku, ko nihalo prečka ravnovesno lego. Točkasto telo se potem v skrajni legi ravno dotakne stropa.

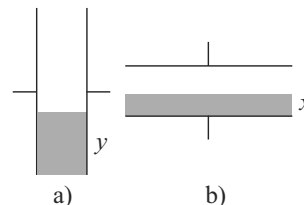
- b) Izračunaj, kolikšno dolžino vrvi je sosed potegnil v zgornje nadstropje.

Namig: Ko sosed vleče vrvico, deluje na telo (dodatna) sila v smeri vrvice. Ta sila lahko pospešuje ali zavira telo. Razmisli, kako je z navorom te sile glede na os, okoli katere nihalo niha. Katera količina se pri tem ohranja?

2. Zanka v obliki osmice je pritrjena na vodoravno os, ki poteka skozi sredino zanke in leži v ravnini zanke ter je pravokotna na zveznico med središčema obeh krožnih zank (glej sliko). Masa posamezne krožne zanke je 10 g, polmer pa 20 cm. Levo krožno zanko segrejemo, da se njeno težišče premakne za 0,5 mm, istočasno pa desno ohladimo, da se njeno težišče prav tako premakne za 0,5 mm. Da bi zanka ostala v ravnovesju, vključimo homogeno magnetno polje z gostoto 0,1 T in poženemo po zanki tok I v narisani smeri (glej sliko).



- a) Vektor gostote magnetnega polja je v ravnini zanke. V katero od naštetih smeri glede na sliko kaže, če je zanka v ravnovesju? Možne smeri so: navzgor v smeri osi; navzdol v smeri osi; v levo, pravokotno na os; v desno, pravokotno na os.
 - b) Kolikšen tok mora teči v zanki?
3. V kondenzator vlijemo enako količino dielektrika na dva načina: prvič tako, da sta plošči navpični, drugič pa tako, da sta plošči vodoravni. Višina dielektrika v postavitvi a) je y , v postavitvi b) pa x (glej sliko). Dolžina plošč kondenzatorja je enaka dvakratni vrednosti razmika med ploščama d (kondenzator kljub temu obravnavaj kot ploščat). Kondenzator povežemo skupaj s tuljavo v nihajni krog in izmerimo frekvenco nihanja.

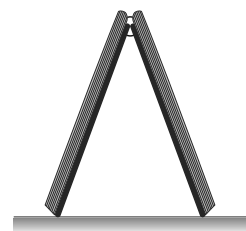


- a) Kako sta med seboj povezana x in y ?
- b) Izpelji izraz za odvisnost $\alpha = (\omega_a/\omega_b)^2$ od x , kjer je ω_a krožna frekvenca v postavitvi a) in ω_b v postavitvi b).
- c) Razmerje α pri prejšnjem vprašanju ima ekstrem.
 - i) Pri kateri vrednosti x ima α ekstrem?
 - ii) Kolikšno je tedaj razmerje frekvenc, če je dielektričnost enaka 2?

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

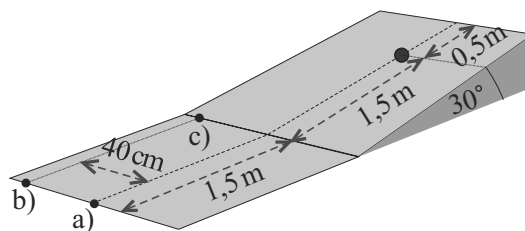
1. Tanek priročnik z navodili, vezan s spiralo, ima 100 listov. Posamezen list ima 20-krat manjšo maso kot posamezna platnica priročnika. Priročnik odpremo za več kot 180° in ga položimo na mizo, tako da so platnice v notranjosti (glej sliko). Največji kot med platnicama, pri katerem priročnik še ne zdrsne, je odvisen od števila listov ob posamezni platnici.



- a) Določi največji kot, če je ob vsaki platnici enako listov (50, 50).
- b) Pod kolikšnim kotom pa moramo postaviti platnici priročnika, da bo stal tudi, ko so vsi listi na eni strani?

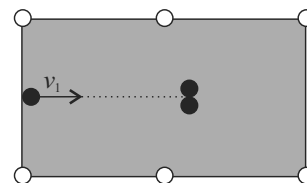
Koeficient lepenja med platnico priročnika in mizo je 0,1.

2. Pri igranju mini golfa želi igralec spraviti žogico v luknjo, ki se nahaja na klanecu. Dimenzije klanca in ravnine pred klancom so podane na sliki. Žogico obravnava kot točkasto telo (ni kotaljenja), giblje se brez trenja, pri prehodu žogice z ravnine v klanec ni trka.



- a) S kolikšno hitrostjo moramo poslati žogico z začetka ravnine po simetrali, da bo ravno padla v luknjo?
 - b) S kolikšno hitrostjo in v kateri smeri moramo poslati žogico z začetka ravnine, da bo ravno še padla v luknjo, če je začetni položaj žogice 40 cm vstran od simetrale?
 - c) S kolikšno hitrostjo in v kateri smeri moramo poslati žogico, da bo padla v luknjo, pri čemer pa želimo, da žogica pred tem najprej doseže najvišjo točko klanca? Začetni položaj je tik ob vznožju klanca, 40 cm vstran od simetrale.
3. Cirkusant se pri svojem nastopu spusti z gugalnico, ki jo sestavlja lahka raztegljiva vrv dolga 23 m, pritrjena 25 m nad tlemi. Z ravno, nenapeto vrvjo se spusti s ploščadi, ki je na višini h nad tlemi. Pod pritrdiščem vrvi ima cirkusant hitrost zgolj v vodoravni smeri. Največ kolikšna je lahko višina h ploščadi, da med nastopom ne udari ob tla? Prožnostni koeficient vrvi je 1100 N/m , cirkusant ima maso 95 kg . Cirkusant je med spuščanjem v skrčenem položaju, tako da ga lahko obravnavaš kot točkasto telo, in ne niha na vrvi.

4. Miha in Marko sta se odločila za igranje biljarda na gladki podlagi. Sredi igre sta naletela na situacijo, ko bi Marko lahko z enim udarcem hkrati v luknji poslal dve kroglici (glej sliko). Biljardna kroglica z neko začetno hitrostjo v_1 prožno trči z dvema enakim mirujočima kroglicama. V nadaljevanju pri izračunih predpostavi, da kroglice drsijo brez trenja (ni kotaljenja).

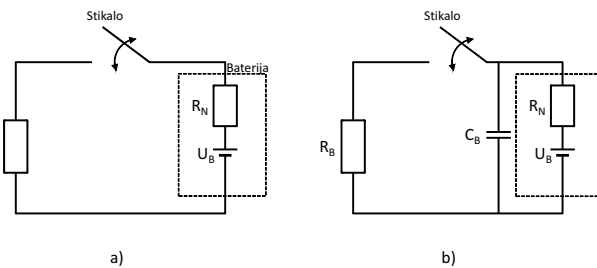


Kolikšne so velikosti hitrosti kroglic takoj po trku, če je hitrost prve kroglice tik pred trkom $v_1 = 1 \text{ m/s}$?

Skupina II

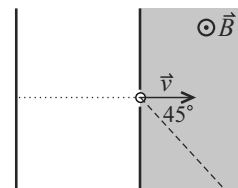
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

- Upornika $100 \text{ k}\Omega$ in $500 \text{ k}\Omega$ vezemo zaporedno na izvir z gonilno napetostjo U_g in zanemarljivim notranjim uporom. Najmanj koliko mora biti upor voltmetra, s katerim merimo napetost na uporniku za $100 \text{ k}\Omega$, da napaka izmerjene napetosti ni večja od 10% ?
- Tokokrog sestavlja breme z uporom 10Ω , stikalo in baterija z napetostjo 10 V in notranjim uporom 1Ω , kot prikazuje slika a). S hitrim vkloppljanjem in izkloppljanjem stikala reguliramo povprečno moč, ki se troši na bremenu. Perioda vkloppljanja stikala je konstantna, spremenljivo pa je razmerje med trajanjem vklopljenega stikala in periodo vkloppljanja stikala.



Temu parametru, ki je iz razumljivih razlogov med 0 in 100% , pravimo delovni cikel.

- Kolikšen naj bo delovni cikel, da bo breme trošilo moč 5 W ?
 - Kolikšen je izkoristek takega vezja, ki ga definiramo kot razmerje med močjo na bremenu in močjo baterije?
 - V vezje dodamo kondenzator, kot prikazuje slika b). Počakamo, da se razmere na kondenzatorju ustalijo. To pomeni, da v enem ciklu priteče na kondenzator toliko naboja, kolikor ga z njega odteče. Kondenzator ima dovolj veliko kapaciteto, da je na njem ves čas konstantna napetost. Kolikšna moč se tedaj ob nespremenjenem delovnem ciklu troši na bremenu?
- Spektrometer za merjenje mas majhnih okroglih delcev z gostoto $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ je sestavljen iz dveh kondenzatorskih plošč in komore z magnetnim poljem. V kondenzatorju delce, naelektrene s površinsko gostoto naboja $\sigma = 2,2 \cdot 10^2 \text{ As/m}^2$, pospešimo z napetostjo $U = 24 \text{ V}$. Delci zapuščajo kondenzator skozi majhno luknjico v smeri pravokotno na ploščo kondenzatorja in vstopajo v komoro z gostoto magnetnega polja $B = 1 \text{ T}$. Smer magnetnega polja je pravokotna na hitrost (glej sliko). V kondenzatorju in komori je vakuum. Gravitacijske sile na delec ni potrebno upoštevati.



V komori z magnetnim poljem so detektorji delcev, razporejeni na premici (na sliki označena črtkano), ki gre skozi luknjico in je pravokotna na magnetno polje, s pravokotnico na ploščo kondenzatorja pa tvori kot 45° . Izpelji odvisnost razdalje, na kateri delec zadane detektor, od mase delca. Razdaljo merimo od plošče kondenzatorja, skozi katero pride delec v komoro.

Izračunaj, na katerih razdaljah zadanejo detektor delci z masami $1 \mu\text{g}$, $2 \mu\text{g}$ in $3 \mu\text{g}$?

- Da človek ohranja svojo telesno temperaturo, potrebuje na dan 9 MJ energije, ki jo dobi s hrano.
 - Kolikšen povprečni toplotni tok oddaja človek v okolico?
 - Okolica mora zato imeti nižjo temperaturo. Kolikšna naj bo temperatura zunanje plasti oblačila z debelino 1 cm iz tkanine s toplotno prevodnostjo $0,05 \text{ W/mK}$, da človeka ne bo zeblo, niti mu ne bo vroče? Temperatura človeške kože je $33 \text{ }^\circ\text{C}$, površina človeka, na kateri oddaja toplotni tok, pa je $1,5 \text{ m}^2$.
 - Privzemimo, da ves toplotni tok s površja oblačila odnaša zrak, ki se ob stiku z obleko segreva in zato dviguje, na njegovo mesto pa priteka hladnejši zrak (pojav imenujemo *konvekcija*). Toplotni tok je sorazmeren z razliko temperature površja T_p in zraka T_z in površino S , na kateri se zrak segreva: $P = \Lambda_k S (T_p - T_z)$; pri tem je Λ_k konvekcijski koeficient. Za zrak vzemimo $\Lambda_k = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$. Kolikšna naj bo debelina obleke, da človeka ne bo zeblo pri temperaturi zraka $10 \text{ }^\circ\text{C}$? Drugi podatki so enaki kot pri b).

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost $9,8 \text{ m/s}^2$.

1. Nekega dne gre Boris na zorbing. Zorb je votla krogla, v katero je vpet Boris. Zorb tehta 20 kg in ima premer $2,5 \text{ m}$, Boris pa tehta 70 kg . Boris je vpet simetrično glede na središče krogle. Pri tem je iztegnjen, z rokami in nogami se togo drži za ročaje znotraj zorba, tako da ga lahko obravnavaš kot homogeno palico z dolžino $1,8 \text{ m}$. Zorb spustimo s hriba z višino 20 m . Kolikšno hitrost doseže zorb ob vznožju hriba,

- a) če je os vrtenja pravokotna na iztegnjenega Borisa in gre skozi njegovo težišče?
- b) če os vrtenja sovpada z iztegnjenim Borisom?

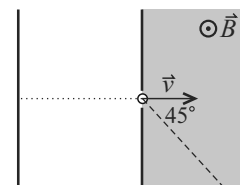
Zračni upor lahko zanemariš, zorb, ki ga obravnavaš kot togo telo, pa se po tleh kotali brez spodr-savanja. Vztrajnostni moment votle krogle okrog središča je $\frac{2}{3} mr^2$, palice okrog simetrijske osi pa $\frac{1}{12} ml^2$.

2. Dve uteži z masama M_1 in M_2 stojita na vodoravni mizi in sta povezani z lahko vzmetjo s konstanto k . V utež z maso M_1 prileti v liniji neraztegnjene vzmeti projektil z maso m in hitrostjo v_0 , ki se po trku sprime z utežjo. S kolikšno frekvenco zanihata obe uteži in kolikšna je najmanjša razdalja, na katero se približata? Dolžina neraztegnjene vzmeti je d , trenje med posamezno utežjo in mizo je zanemarljivo.

3. Da človek ohranja svojo telesno temperaturo, potrebuje na dan 9 MJ energije, ki jo dobi s hrano.

- a) Kolikšen povprečni toplotni tok oddaja človek v okolico?
- b) Okolica mora zato imeti nižjo temperaturo. Kolikšna naj bo temperatura zunanje plasti oblačila z debelino 2 cm iz tkanine s toplotno prevodnostjo $0,05 \text{ W/mK}$, da človeka ne bo zeblo, niti mu ne bo vroče? Temperatura človeške kože je $33 \text{ }^\circ\text{C}$, površina človeka, na kateri oddaja toplotni tok, pa je $1,5 \text{ m}^2$.
- c) Privzamemo lahko, da polovico toplotnega toka s površja oblačila odnaša zrak z naravno konvekcijo, drugo polovico pa površje odda s sevanjem. Kolikšna naj bo debelina obleke, da človeka ne bo zeblo pri temperaturi zraka $10 \text{ }^\circ\text{C}$? Površje oblačila obravnavamo kot črno telo, Stefanova konstanta je $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$. Drugi podatki so enaki kot pri b).
- d) V tem delu računamo oddano toploto pri konvekciji s formulo $P = \Lambda_k S(T_p - T_z)$, kjer je T_p temperatura površja oblačila, T_z temperatura zraka (okolice), S površina, na kateri človek oddaja toploto okolici, in Λ_k konveksijski koeficient. Za zrak vzemimo $\Lambda_k = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$. Kolikšna naj bo debelina obleke v tem primeru? Kolikšno je razmerje toplotnih tokov zaradi konvekcije in zaradi sevanja? Drugi podatki so enaki kot pri c). (*Namig:* Enačbo za izsevani tok zapiši v obliki $P = k\Delta T$, koeficient k smiselno oceni, na primer z iteracijo rešitve.)

4. Spektrometer za merjenje mas majhnih okroglih delcev z gostoto $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ je sestavljen iz dveh kondenzatorskih plošč in komore z magnetnim poljem. V kondenzatorju delce, naelektrene s površinsko gostoto naboja $\sigma = 2,2 \cdot 10^2 \text{ As/m}^2$, pospešimo z napetostjo $U = 24 \text{ V}$. Delci zapuščajo kondenzator skozi majhno luknjico v smeri pravokotno na ploščo kondenzatorja in vstopajo v komoro z gostoto magnetnega polja $B = 1 \text{ T}$. Smer magnetnega polja je pravokotna na hitrost (glej sliko). V kondenzatorju in komori je vakuum. Gravitacijske sile na delec ni potrebno upoštevati.



V komori z magnetnim poljem so detektorji delcev, razporejeni na premici (na sliki označena črtkano), ki gre skozi luknjico in je pravokotna na magnetno polje, s pravokotnico na ploščo kondenzatorja pa tvori kot 45° . Izpelji odvisnost razdalje, na kateri delec zadane detektor, od mase delca. Razdaljo merimo od plošče kondenzatorja, skozi katero pride delec v komoro.

Izračunaj, na katerih razdaljah zadanejo detektor delci z masami $1 \mu\text{g}$, $2 \mu\text{g}$ in $3 \mu\text{g}$?

Rezultati nalog

Regijsko tekmovanje

- [I/1] a) 16,3 s, b) 10
- [I/2] a) 236 N; 156 N; Matej za 80 N, b) 156 N; 236 N; Luka za 80 N
- [I/3] a) i) 4,4 m/s, ii) 1,09 m/s, b) i) 1,17 m/s, ii) 1,025 m/s
- [II/1] $6,4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$
- [II/2] a) 4 V, b) 0,625 nAs na vsakem, c) 1,625 nAs na vsakem
- [II/3] a) v levo, pravokotno na os, b) 0,78 A
- [III/1] a) 2,30 m/s, b) 0,98 m
- [III/2] a) v levo, pravokotno na os, b) 0,78 A
- [III/3] a) $y = 2x$, b) $\frac{\epsilon d^2}{-(\epsilon-1)^2 x^2 + (\epsilon-1)^2 x d + \epsilon d^2}$, c) i) $d/2$, ii) $8/9$

Državno tekmovanje

- [I/1] a) $22,6^\circ$, b) $14,6^\circ$
- [I/2] a) 3,83 m/s, b) 3,85 m/s; $5,1^\circ$, c) 4,44 m/s; $3,8^\circ$
- [I/3] 19,4 m
- [I/4] prve 0,693 m/s, drugih dveh $-0,200 \text{ m/s}$
- [II/1] 750 k Ω
- [II/2] a) 60,5 %, b) 91 %, c) 5,38 W
- [II/3] 6,7 cm; 7,5 cm; 8,1 cm
- [II/4] a) 104 W, b) 19°C , c) 1,15 cm
- [III/1] a) 17,5 m/s, b) 18,5 m/s
- [III/2] $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k(m+M_1+M_2)}{M_2(m+M_1)}}$; $d_{\min} = d - mv_0 \sqrt{\frac{M_2}{k(m+M_1)(m+M_1+M_2)}}$
- [III/3] a) 104 W, b) 5°C , c) 1,2 cm, d) 1,3 cm; 1,9
- [III/4] 6,7 cm; 7,5 cm; 8,1 cm