

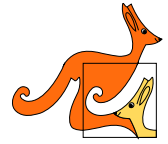
**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



Navodila za izvedbo tekmovanja

Tekmovanje se prične v **četrtek, 20. marca 2014, ob 13.30 uri**. Dijaki lahko rešujejo naloge **90 minut**. Zaradi možnosti hitre komunikacije med tekmovalci po zaključku tekmovanja (e-pošta, mobilni telefoni) lahko pričetek tekmovanja premaknete največ za pol ure nazaj na 13.00 ali tričetrt ure naprej na 14.15.

Izvedba tekmovanja pred dopustnim začetkom reševanja nalog pomeni kršenje tajnosti tekmovalnih nalog in se lahko kaznuje z diskvalifikacijo šole z vseh stopenj tekmovanja iz matematike v tem šolskem letu.

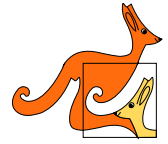
Ker je tekmovanje mednarodno, tekmovalci po tekmovanju **NE SMEJO** odnesti nalog s seboj, prav tako morajo ostati v tajnosti šolske tekmovalne komisije tudi neizkoriščene tekmovalne pole. Tekmovalcem lahko vrnete njihove izdelke šele 1 mesec po tekmovanju, do takrat pa so na voljo na šoli tekmovalcem le v vpogled.

Na nekaterih šolah nadzorni učitelj v razredu ne nadzira tistih učencev, ki jih poučuje. Če razmere na vaši šoli to možnost dopuščajo, lahko izvedete nadzor na tak način.

Da ne bi tekmovalci reševali nalog z merjenjem, so **nekatero slike namerno narisane kot nenatančne skice**.

Zahvaljujemo se vam, ker se vključujete v tekmovanje in vas lepo pozdravljamo.

Člani komisije za tekmovanje
Mednarodni matematični kenguru



1. in 2. letnik SŠ

Ime in priimek _____

Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Tekmovanje Mednarodni matematični kenguru poteka vsako leto 3. četrtek v marcu. Kateri dne v mesecu marcu lahko najprej poteka tekmovanje Mednarodni matematični kenguru?

- (A) 14. marca (B) 15. marca (C) 20. marca (D) 21. marca (E) 22. marca

2. Eva je z 8 karticami oblikovala besedo OARGONKA (glej sliko). V 1 potezi lahko Eva zamenja mesti katerihkoli 2 kartic. Najmanj koliko potez mora narediti Eva, da bo s karticami oblikovala besedo KANGAROO?



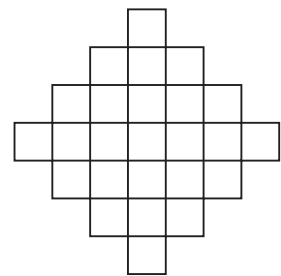
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. Hana bi rada osenčila nekaj kvadratkov velikosti 1×1 v figuri (glej sliko). Največ koliko kvadratkov velikosti 1×1 lahko osenči Hana, da v

figuri ne bo osenčen noben kvadrat velikosti 2×2 ?



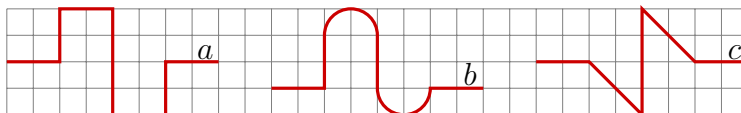
- (A) 18 (B) 19 (C) 20
(D) 21 (E) 22



4. Največja ladja za prevoz zabojnikov ima lahko hkrati na krovu 18 000 standardiziranih zabojnikov. Če bi 18 000 standardiziranih zabojnikov po dolžini postavili v vrsto drugega poleg drugega, bi bila vrsta dolga 108 km, kar je približno razdalja od Kopra do Ljubljane. Koliko metrov je dolg 1 standardiziran zabojnik?

- (A) 6 (B) 16 (C) 60 (D) 160 (E) 600

5. Črke a , b in c označujejo dolžine krivulj (glej sliko). Katera izmed naštetih neenakosti je pravilna?



- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$ (E) $c < b < a$

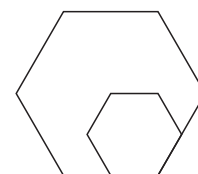
6. Katero število je aritmetična sredina števil $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{5}$?

- (A) $\frac{11}{15}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{6}{15}$ (E) $\frac{5}{8}$

7. Za letnico 2014 velja, da je njena zadnja številka večja od vsote preostalih 3 števk. Pred koliko leti je imela letnica zadnjič to lastnost?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

8. Stranice velikega pravilnega šestkotnika so dolge dvakrat toliko kot stranice majhnega pravilnega šestkotnika (glej sliko). Ploščina majhnega pravilnega šestkotnika je 4 cm^2 . Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina velikega pravilnega šestkotnika?



- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

Naloge, vredne 4 točke

9. Pia je imela kup kamenčkov. Če jih je razporedila na kupčke po 3, sta ji 2 kamenčka ostala. Tudi če jih je razporedila na kupčke po 5, sta ji 2 kamenčka ostala. Najmanj koliko kamenčkov bi morala Pia dodati na kup, da ji ne bi ostal noben kamenček, niti če bi vse kamenčke s kupa razporedila na kupčke po 3, niti če bi vse kamenčke s kupa razporedila na kupčke po 5?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 10 (E) 13

10. Kaj je negacija izjave "Vsak dijak je rešil več kot 20 nalog"?

- (A) Noben dijak ni rešil več kot 20 nalog. (B) Vsaj 1 dijak je rešil največ 20 nalog.
 (C) Vsak dijak je rešil največ 20 nalog. (D) Vsaj 1 dijak je rešil natanko 20 nalog.
 (E) Vsaj 1 dijak je rešil več kot 20 nalog.

11. Nika je napisala vsako število od 1 do 9 v 1 izmed polj tabele velikosti 3×3 . Najprej je napisala števila 1, 2, 3 in 4 (glej sliko), nato pa še preostala števila od 5 do 9. Opazila je, da je vsota števil v poljih, ki imajo skupno stranico s poljem s številom 5, enaka 9. Koliko je vsota števil v poljih, ki imajo skupno stranico s poljem s številom 6?

1		3
2		4

- (A) 14 (B) 15 (C) 17 (D) 28 (E) 29

12. Toni je v pravokotni koordinatni sistem narisal kvadrat $ABCD$, katerega oglišči $A(-1, 0)$ in $C(5, 0)$ ležita na abscisni osi. Katera izmed spodnjih točk je lahko oglišče kvadrata $ABCD$?

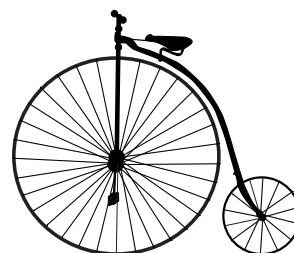
- (A) $T_1(2, 0)$ (B) $T_2(2, 3)$ (C) $T_3(2, -6)$ (D) $T_4(3, 5)$ (E) $T_5(3, -1)$

13. V vasi Strmi breg je razmerje med številoma odraslih moških in odraslih žensk enako $2 : 3$, razmerje med številoma odraslih žensk in vseh otrok pa $8 : 1$. Kolikšno je razmerje med številoma vseh odraslih in vseh otrok v vasi Strmi breg?

- (A) $10 : 3$ (B) $5 : 1$ (C) $12 : 1$ (D) $13 : 1$ (E) $40 : 3$

14. Obseg sprednje zračnice Sašinega kolesa je 4.2 m, obseg zadnje zračnice pa 0.9 m (glej sliko). V nekem trenutku sta bila ventilčka obeh zračnic hkrati najbližje tlom. Saša je kolo premikala naprej. Čez koliko metrov sta bila ventilčka obeh zračnic prvič ponovno hkrati najbližje tlom?

- (A) 4.2 (B) 6.3 (C) 12.6 (D) 25.2 (E) 37.8



15. Kralj Urban je s svojimi služabniki odpotoval z gradu s hitrostjo 5 km/h na obisk v daljno sosednje kraljestvo. Ko so šli mimo jezera, je kralj Urban poslal nazaj na grad 1. služabnika, uro pozneje pa še 2. služabnika. Služabnika sta se na grad vračala s hitrostjo 10 km/h. Koliko minut je minilo med prihodom služabnikov nazaj na grad?

- (A) 30 (B) 60 (C) 75 (D) 90 (E) 120

16. Učiteljica Marinka je na tablo napisala 3 enomestna števila. Andraž jih je seštel in dobil 15. Nato je izbrisal 1 izmed števil in namesto tega števila napisal število 3. Nato je Filip zmnožil 3 števila, napisana na tabli, in dobil 36. Katero število bi lahko bilo enako številu, ki ga je izbrisal Andraž?

- (A) 3 ali 6 (B) 7 ali 8 (C) samo 6 (D) samo 7 (E) samo 8

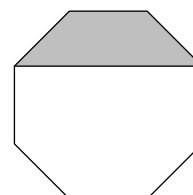
Naloge, vredne 5 točk

17. V počitniškem domu Hladen tuš je imelo 6 deklet na voljo 2 kopalnici. Zjutraj so dekleta začela uporabljati kopalnici ob 7.00. Nikoli ni bilo v nobeni kopalnici več kot 1 dekle, vsako dekle je bilo le v 1 kopalnici. Posamezna dekleta so bila v kopalnici 9, 11, 13, 18, 22 in 23 minut. Kdaj najprej so lahko dekleta končala uporabljati kopalnici?

- (A) Ob 7.48. (B) Ob 7.49. (C) Ob 7.50. (D) Ob 7.51. (E) Ob 8.03.

18. Nina je narisala pravilni osemkotnik in del osenčila (glej sliko). Ploščina osenčenega dela je 3 cm^2 . Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina osemkotnika, ki ga je narisala Nina?

- (A) $8 + 4\sqrt{2}$ (B) 9 (C) $8\sqrt{2}$ (D) 12 (E) 14



19. Dolžina repa krokodila Karla je enaka $\frac{1}{3}$ njegove celotne dolžine. Dolžina Karlove glave je 93 cm in je enaka $\frac{1}{4}$ dolžine krokodila Karla brez repa. Koliko centimetrov je dolg krokodil Karl?

- (A) 186 (B) 372 (C) 490 (D) 496 (E) 558

20. Na vseh 6 mejnih ploskvah kocke so napisana števila (glej sliko). Vse 3 vsote števil na nasprotnih mejnih ploskvah so enake. Vsa 3 števila, ki na sliki niso vidna, so praštevila. Katero število je napisano nasproti števila 14?



- (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 19 (E) 23

21. Šahist Bruno je odigral 40 iger in dosegel 25 točk. Zmaga šteje 1 točko, remi $\frac{1}{2}$ točke in poraz 0 točk. Koliko iger več je šahist Bruno zmagal kot izgubil?

- (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 15

22. Trojčice Alina, Karolina in Nikolina so na 1. pomladni dan želele kupiti 3 enake klobuke, vendar je imela Alina denarja le za $\frac{2}{3}$ cene klobuka, Karolina za $\frac{3}{4}$ cene klobuka, Nikolina pa za $\frac{4}{5}$ cene klobuka. Ko so po mesecu dni v trgovini znižali ceno klobuka za 9.40 EUR, bi skupni znesek denarja, ki so ga trojčice imele pred 1 mesecem, ravno zadoščal za nakup 3 klobukov. Koliko evrov je stal 1 klobuk na 1. pomladni dan?

- (A) 12 (B) 16 (C) 28 (D) 36 (E) 112

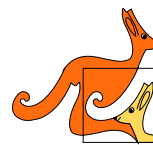
23. Naj bodo p , q , r naravna števila in naj bo $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$. Koliko je zmnožek pqr ?

- (A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 36 (E) 42

24. Miran je na list papirja narisal 7 točk in nekatere povezal z daljicami (glej sliko). Najmanj koliko daljic mora Miran še dorisati, da bo vsaka izmed 7 točk povezana z enakim številom točk?



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) 10



3. in 4. letnik SŠ

Ime in priimek _____

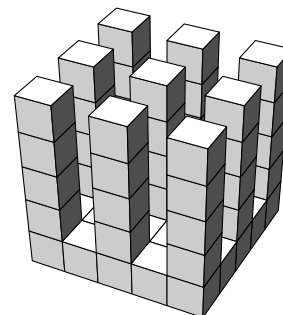
Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Klemen je iz majhnih kock velikosti $1 \times 1 \times 1$ oblikoval kocko velikosti $5 \times 5 \times 5$, nato pa odstranil nekaj majhnih kock, tako da je nastala figura, sestavljena iz enako visokih stebrov, postavljenih na kvadratno ploščo (glej sliko). Koliko majhnih kock je odstranil Klemen?



- (A) 56 (B) 60
(C) 64 (D) 68
(E) 80

2. Danes je Klarin, Emin in Simonov rojstni dan. Vsota njihovih starosti v letih je 44. Koliko bo vsota njihovih starosti v letih, ko bo prvič ponovno enaka dvomestnemu številu z enakima števčkama?

- (A) 55 (B) 66 (C) 77 (D) 88 (E) 99

3. Koliko je vrednost izraza a^{-3b} , če je $a^b = \frac{1}{2}$?

- (A) -8 (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) 6 (E) 8

4. V 3 različno velikih košarah je skupaj 48 jajc. V največji in najmanjši košari je skupaj dvakrat toliko jajc kot v srednji košari. V najmanjši košari je pol toliko jajc kot v srednji košari. Koliko jajc je v največji košari?

- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 32

5. Koliko je vrednost izraza $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$?

- (A) 2^{2011} (B) 2^{2012} (C) 2^{2013} (D) 1 (E) 2

6. Iz katerega izmed naslednjih izrazov ne moremo izpostaviti izraza $b + 1$?

- (A) $2b + 2$ (B) $b^2 - 1$ (C) $b^2 + b$ (D) $-1 - b$ (E) $b^2 + 1$

7. Koliko mest ima zmnožek $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$, zapisan v desetiškem sistemu?

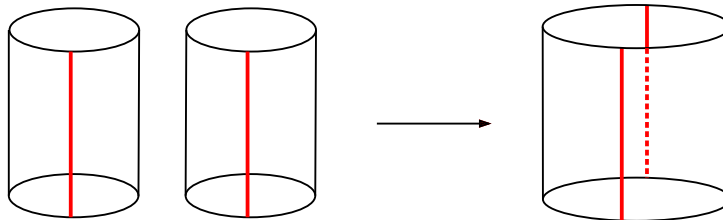
- (A) 22 (B) 55 (C) 77 (D) 110 (E) 111

8. Prikupna Patricija ima elektronski naslov, ki ga poznajo samo njeni 4 bivši fanti. Danes je prejela 8 elektronskih sporočil. Katera izmed naslednjih izjav je zagotovo pravilna?

- (A) Patricija je prejela 2 elektronski sporočili od vsakega njenega bivšega fanta.
 (B) Patricija je prejela 8 elektronskih sporočil od 1 njenega bivšega fanta.
 (C) Patricija je prejela vsaj 1 elektronsko sporočilo od vsakega njenega bivšega fanta.
 (D) Patricija je prejela vsaj 2 elektronski sporočili od 1 njenega bivšega fanta.
 (E) Patricija je prejela vsaj 2 elektronski sporočili od 2 njenih bivših fantov.

Naloge, vredne 4 točke

9. Miha je z navpičnim rezom prerezal plašča 2 enakih valjev in z njima oblikoval plašč večjega valja z isto višino (glej sliko). Označimo prostornino večjega valja z V_1 , prostornino manjšega pa z V_2 . Katera izmed naslednjih enakosti je pravilna?



- (A) $V_1 = 2V_2$ (B) $V_1 = 3V_2$ (C) $V_1 = \pi V_2$ (D) $V_1 = 4V_2$ (E) $V_1 = 8V_2$

10. Za letnico 2014 velja, da so vse njene številke različne in da je njena zadnja številka večja od vsote preostalih 3 števk. Pred koliko leti je imela letnica zadnjič hkrati ti 2 lastnosti?

- (A) 5 (B) 215 (C) 305 (D) 395 (E) 485

11. Zajec Zlatko je jedel zelje, korenje in travo. Vsak dan je pojedel ali 9 korenčkov ali 2 zeljni glavi ali 1 zeljno glavo in 4 korenčke ali samo travo. V preteklih 10 dneh je pojedel 30 korenčkov in 9 zeljnih glav. Koliko dni je v zadnjih 10 dneh zajec Zlatko jedel samo travo?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

12. Babica Katarina ima 10 vnukinj, ki so vse različno stare, vsota njihovih let pa je 180. Kaja je njena najstarejša vnukinja. Najmanj koliko let je stara Kaja?

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

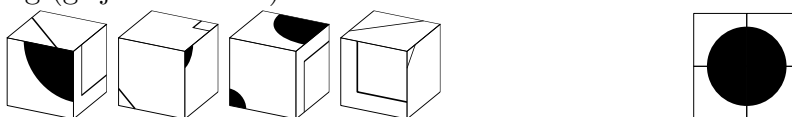
13. Gašper in Tevž sta tekmovala, kdo bo rešil več nalog iz knjige, v kateri je zbranih 100 nalog. Za vsako rešeno nalogo je dobil tisti, ki jo je rešil prvi, 4 točke, tisti, ki jo je rešil drugi, pa 1 točko. Kdor naloge ni rešil, ni dobil točk. Vsak izmed njiju je rešil 60 nalog. Skupaj sta dobila 312 točk. Koliko nalog iz knjige sta rešila tako Gašper kot tudi Tevž?

- (A) 53 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57

14. Rok se je s kolesom odpeljal od doma na atletski stadion. Načrtoval je, da bi prispel na stadion ob 15. uri. Ker je $\frac{3}{4}$ poti prevozil v $\frac{2}{3}$ načrtovanega časa, je preostanek poti vozil počasneje, tako da je prispel na stadion točno ob 15. uri. Kolikšno je razmerje med Rokovo hitrostjo na prvih $\frac{3}{4}$ poti in Rokovo hitrostjo na preostanku poti, če je na vsakem od obeh delov poti vozil z enakomerno hitrostjo?

- (A) 5 : 4 (B) 4 : 3 (C) 3 : 2 (D) 2 : 1 (E) 3 : 1

15. Maja ima 4 enake kocke (glej levo sliko). Kocke je zložila tako, da je na zgornji ploskvi nastal velik črn krog (glej desno sliko).



Kako je izgledala spodnja ploskev tako zloženih 4 Majinih kock?

- (A) (B) (C) (D) (E)

16. Naj bo $ABCDEFGH$ kvader razsežnosti $a \times b \times c$, pri čemer je $a < b < c$, in n naravno število. Če se za vrednost n poveča a ali b ali c , se poveča tudi prostornina kvadra $ABCDEFGH$. V katerem izmed naslednjih primerov je povečanje prostornine kvadra največje?

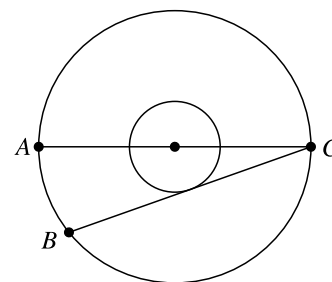
- (A) Če se poveča a . (B) Če se poveča b . (C) Če se poveča c .
 (D) Povečanje prostornine kvadra je enako v primerih (A), (B) in (C).
 (E) Nemogoče je določiti.

Naloge, vredne 5 točk

17. Na nogometnem turnirju so sodelovala 4 moštva: A , B , C in D . Vsako moštvo je igralo 1 tekmo z vsakim drugim moštvom. Zmagovalec nogometne tekme je prejel 3 točke, poraženec pa 0 točk. Če je bil izid neodločen, je vsako moštvo prejelo 1 točko. Na koncu turnirja je moštvo A imelo 7 točk, moštvi B in C pa sta imeli vsako po 4 točke. Koliko točk je imelo na koncu turnirja moštvo D ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
 (E) Nemogoče je določiti.

18. Polmera 2 koncentričnih krogov sta v razmerju 1 : 3. Daljica AC je premer velikega kroga, premica BC je tangenta malega kroga (glej sliko). Dolžina daljice AB je 12 cm. Koliko centimetrov je dolg polmer velikega kroga?



- (A) 13 (B) 18 (C) 21
(D) 24 (E) 26

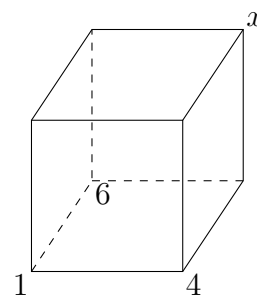
19. Koliko trojic naravnih števil (a, b, c) , za katere velja $a > b > c > 1$, zadošča neenačbi $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?

- (A) Nobena. (B) 1 (C) 2 (D) 3
(E) Neskončno mnogo.

20. Janja je opazila, da je 6 tednov enako $n!$ sekund za neko naravno število n . Koliko je vrednost n ?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 12

21. Primož bo oštevilčil oglišča kocke s števili od 1 do 8. Za vsako mejno ploskev Primoževe kocke bo vsota števil, s katerimi bodo oštevilčena oglišča te mejne ploskve, enaka. Primož je najprej oštevilčil 3 oglišča (glej sliko). S katerim številom bo Primož oštevilčil oglišče, označeno z x ?



- (A) 2 (B) 3 (C) 5
(D) 7 (E) 8

22. Topljeni sir vsebuje 24 % maščobe. Če bi ga popolnoma izsušili, bi vseboval 64 % maščobe. Koliko odstotkov vode vsebuje topljeni sir?

- (A) 37.5 (B) 42 (C) 49 (D) 62.5 (E) 88

23. Na Žabjem otoku je vsaka žaba ali modra ali zelena. Letos se je število modrih žab povečalo za 60 %, število zelenih žab pa se je zmanjšalo za 60 %. Novo razmerje števila modrih žab proti številu zelenih žab je enako, kot je bilo lani razmerje števila zelenih žab proti številu modrih žab. Za koliko odstotkov se je spremenilo skupno število žab na Žabjem otoku?

- (A) 0 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

24. V deželi Krasnilog vsakemu sončnemu dnevu sledita 2 zaporedna deževna dneva, 5 dni po vsakem deževnem dnevu pa je ponovno deževen dan. Danes je v Krasnilogu sončen dan. Za koliko od naslednjih 5 dni lahko povemo, kakšno bo vreme?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 5