Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

ŠIFRA

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj

22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

8. 10. 2011

Letošnje tekmovanje je posvečeno Arhimedu ob 2222-letnici njegove smrti.

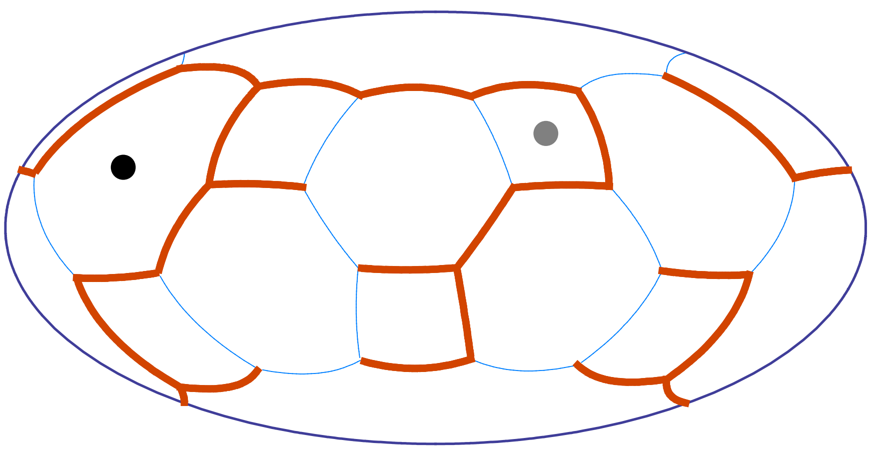
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisalo. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.
Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 4. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 8. nalogi.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 6. in 7. razred osnovne šole

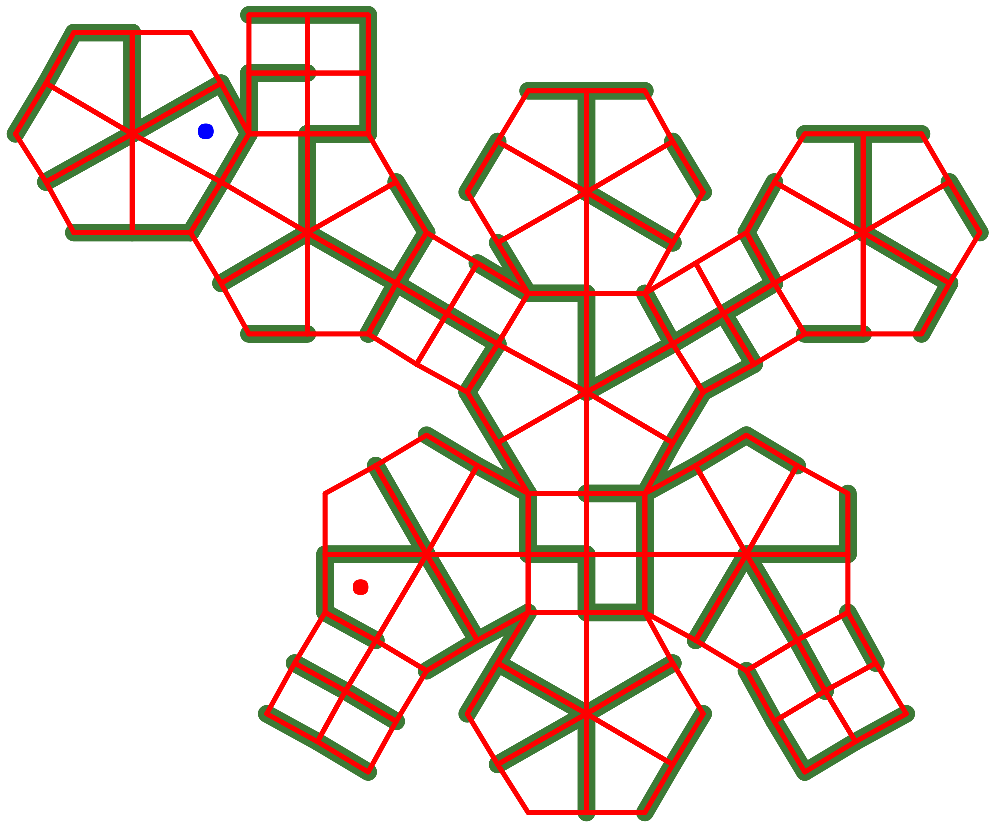
1. Labirint na arhimedskem telesu

Arhimedsko telo z labirintom je najprej projicirano na kroglo, ki je nato prikazana v ravnini. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu! S polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 10 točk, sicer 0 točk.



2. Labirint na mreži

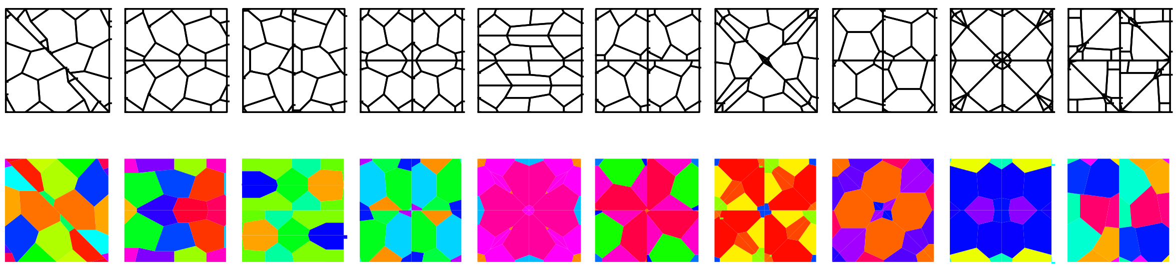
Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje z rdečo piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 15 točk, delno pravilna ali nepravilna pa 0 točk.



3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!
Za vsako pravilno povezavo, vneseno v preglednico, dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



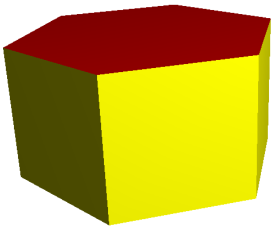
A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

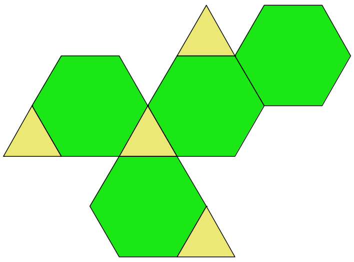
4. Poliedri

Trije poliedri so dani na različne načine. Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

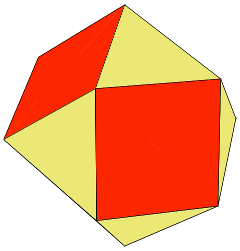
1



2



3



oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1				
2				
3				

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

5. Futošiki

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh pet števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.
Za vsak pravilno izpolnjen kvadratek dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

		2	>					
	<		<					
							<	
					<		<	
	>		<		<			5

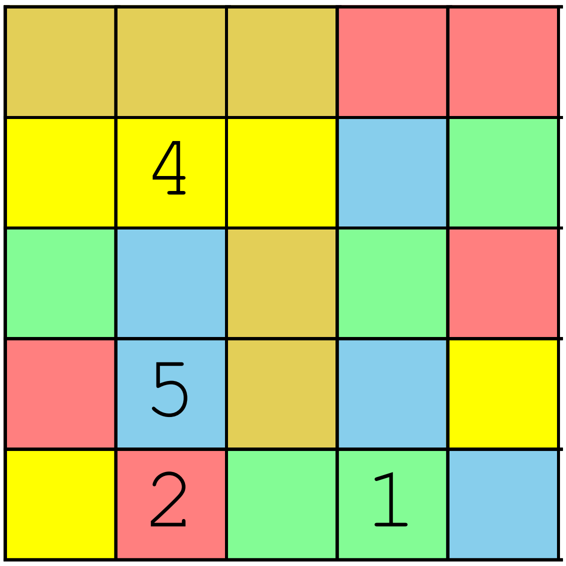
6. Rojstni dan

Moja sestra naj bi se po izračunu ginekologa rodila ravno na pustni torek. Ta dan praznujejo vse šeme, je malce zbadljivo pripomnil sosed. Rodila se je 12. februarja. Kateri dan v tednu je bil to, če veš, da je imel januar v letu njenega rojstva natanko štiri torke in štiri sobote?
Pravilno rešena naloga je vredna 22 točk, sicer 0 točk.

12. februar je bil ______________________.

7. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh pet števil!
Za vsak pravilno izpolnjen kvadratek dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.



8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.
V nalogi nastopajo trije domačini, ki jih označujemo z A, B in C. A in B sta dala po eno izjavo.

A: C je vitez ali je B vitez.
B: C je oproda in A je oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C

ŠIFRA

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj

22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

8. 10. 2011

Letošnje tekmovanje je posvečeno Arhimedu ob 2222-letnici njegove smrti.

Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisalo. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.

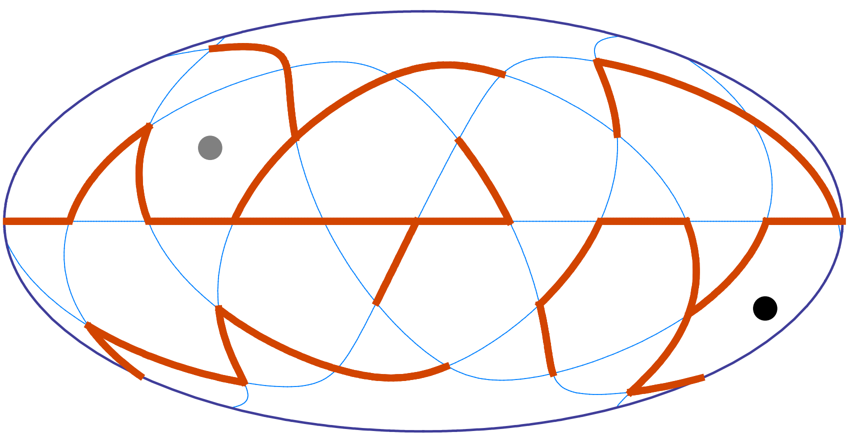
Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 4. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 8. nalogi.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 8. in 9. razred osnovne šole

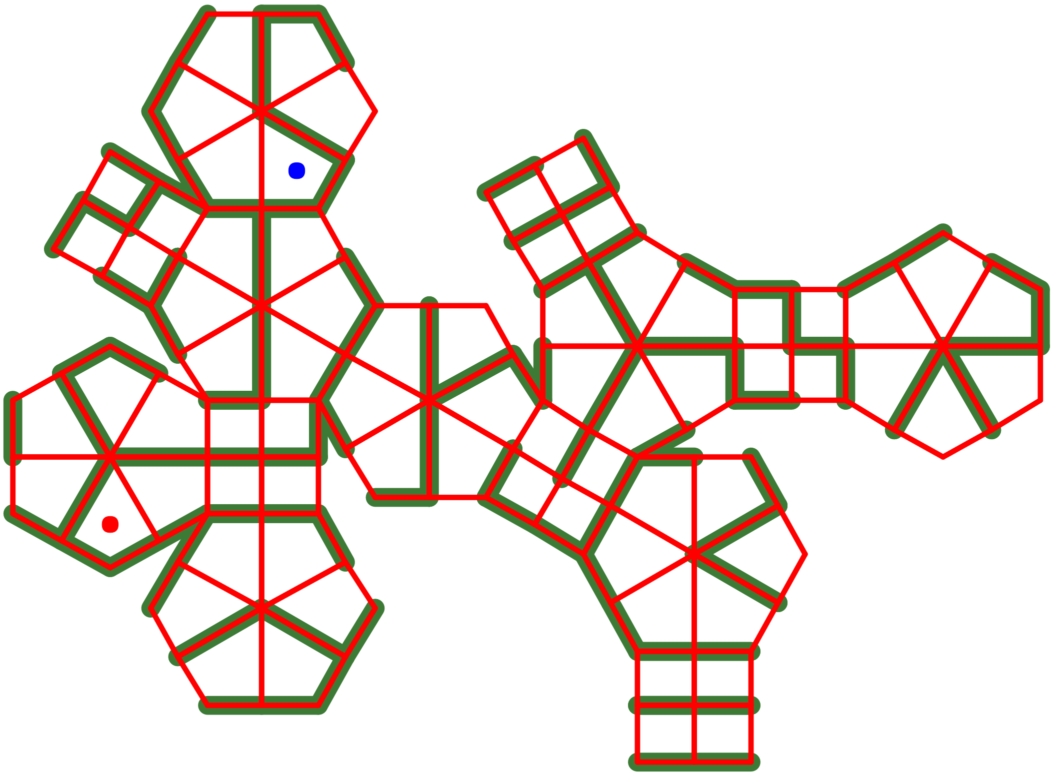
1. Labirint na arhimedskem telesu

Arhimedsko telo z labirintom je najprej projicirano na kroglo, ki je nato prikazana v ravnini. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu! S polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 10 točk, sicer 0 točk.



2. Labirint na mreži

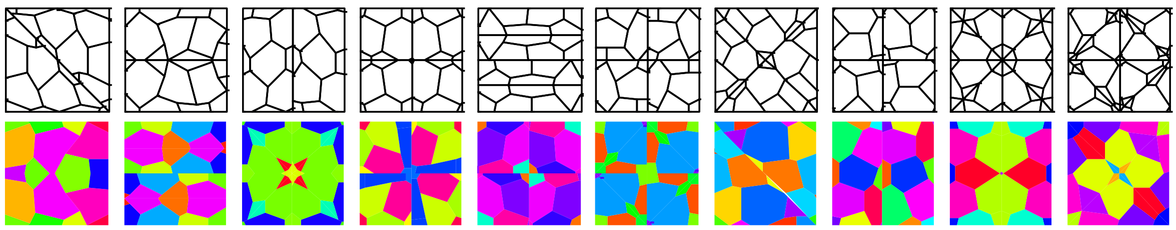
Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje z rdečo piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 15 točk, delno pravilna ali nepravilna pa 0 točk.



3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!
Za vsako pravilno povezavo, vneseno v preglednico, dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



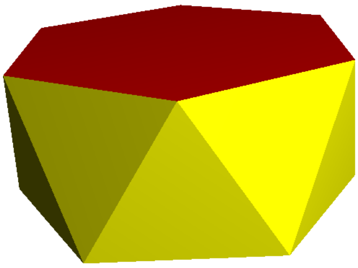
A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

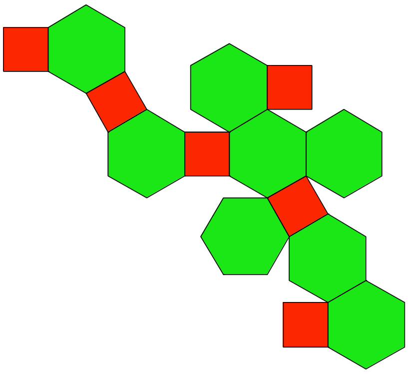
4. Poliedri

Trije poliedri so dani na različne načine. Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

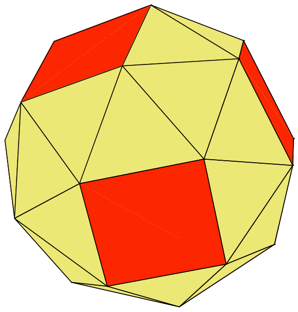
1



2



3



oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1				
2				
3				

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

5. Futošiki

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh pet števil. Če je med sosednjima kvadratkoma znak neenakosti, mora neenakost veljati za števili v teh kvadratkih.
Za vsak pravilno izpolnjen kvadratek dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.

			>				>	
			<					
							<	3
		1					>	
			<	4	>		>	

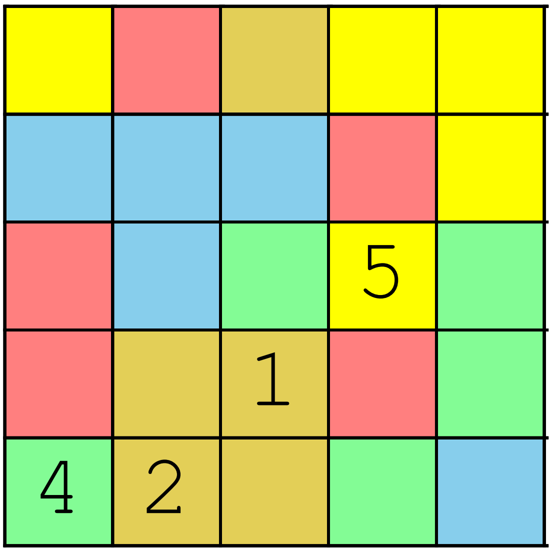
6. Rojstni dan

Moja mama je rahlo vraževerna. Ko ji je ginekolog za predviden datum poroda (PDP) izračunal 13. januar naslednjega leta, je takoj pogledala na koledar. Skrbelo jo je namreč, da bi bil ta dan petek. Rodila sem se pet dni po PDP-ju. Kateri dan v tednu je bil to, če veš, da je imel januar tistega leta natanko štiri ponedeljke in štiri petke?
Pravilno rešena naloga je vredna 18 točk, sicer 0 točk.

Bil je ________________________.

7. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 5 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh pet števil!
Za vsak pravilno izpolnjen kvadratek dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.



8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.
V nalogi nastopajo štirje domačini, ki jih označujemo z A, B, C in D. A, B in C so dali po eno izjavo.

A: D je vitez ali je C vitez.
B: D je oproda in C je vitez.
C: Če je B vitez, potem je A oproda.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D

ŠIFRA

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	skupaj

22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
8. 10. 2011

Letošnje tekmovanje je posvečeno Arhimedu ob 2222-letnici njegove smrti.

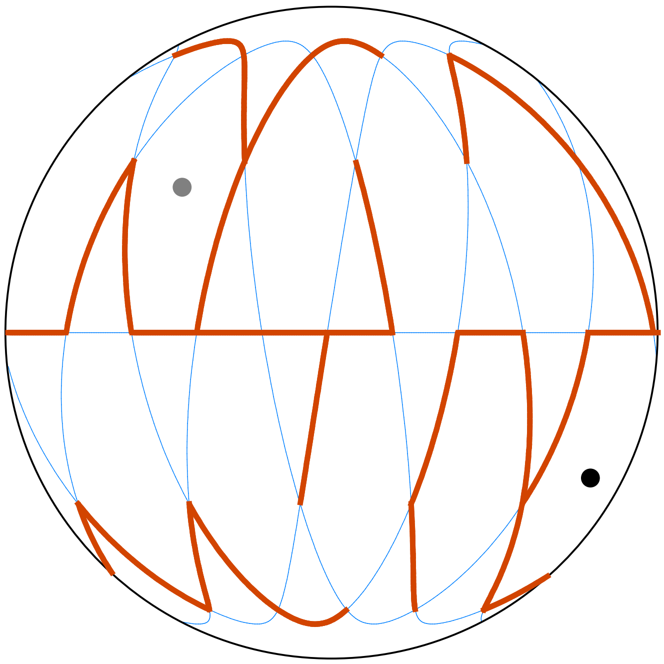
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisalo. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.
Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 4. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 8. nalogi.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 1. in 2. letnik srednje šole

1. Labirint na arhimedskem telesu

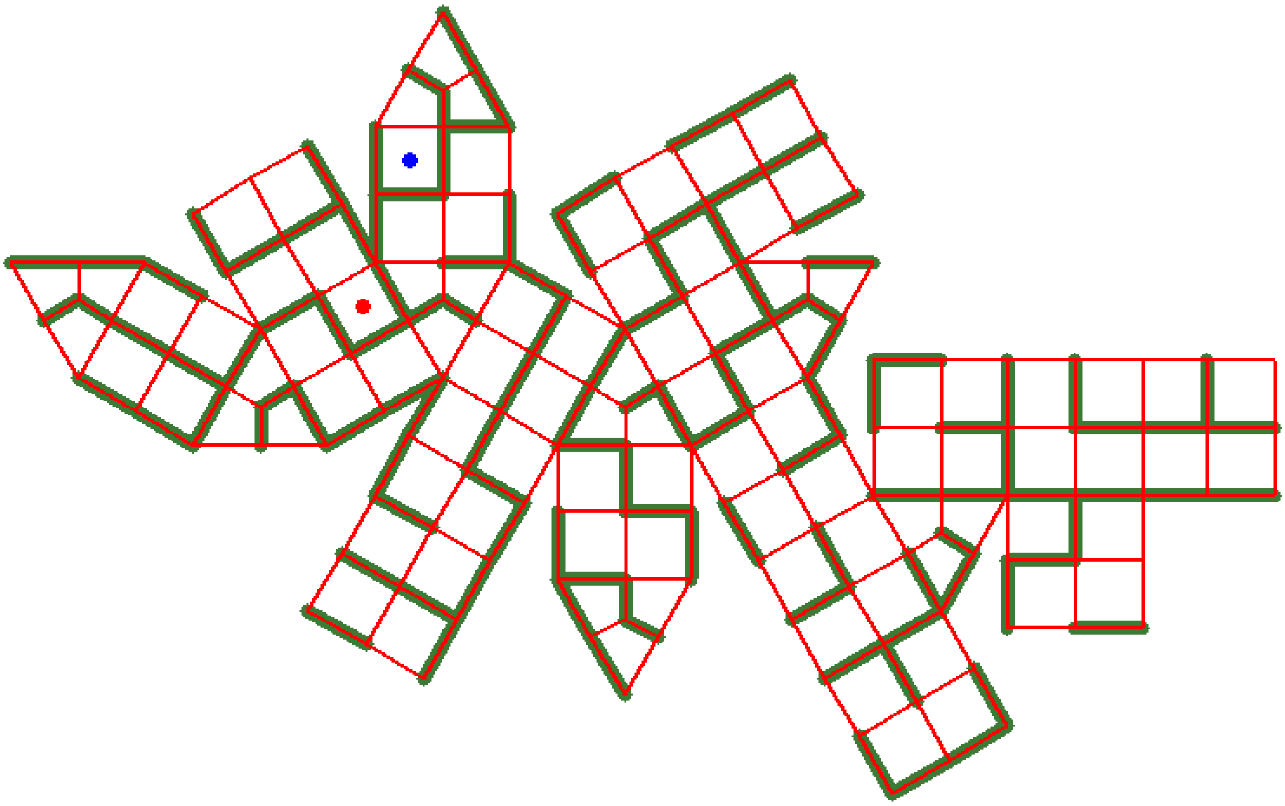
Arhimedsko telo z labirintom je najprej projicirano na kroglo, ki je nato prikazana v ravnini. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu! S polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 10 točk, sicer 0 točk.



2. Labirint na mreži

Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje z rdečo piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.

Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 15 točk, delno pravilna ali nepravilna pa 0 točk.

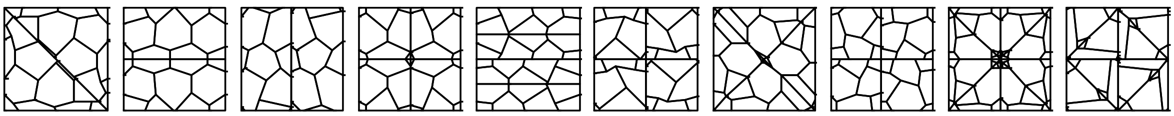


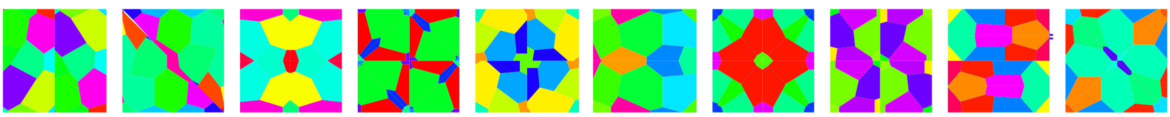
3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

Za vsako pravilno povezavo, vneseno v preglednico, dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10





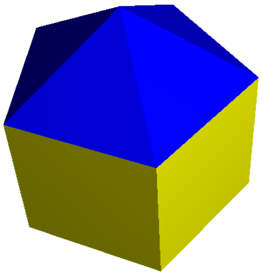
A B C D E F G H I J

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

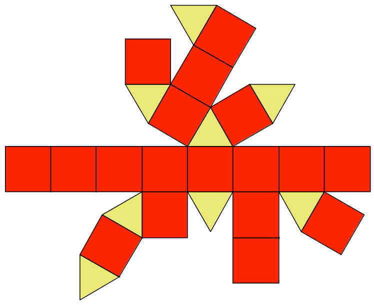
4. Poliedri

Trije poliedri so dani na različne načine. Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

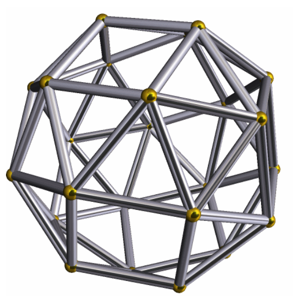
1



2



3

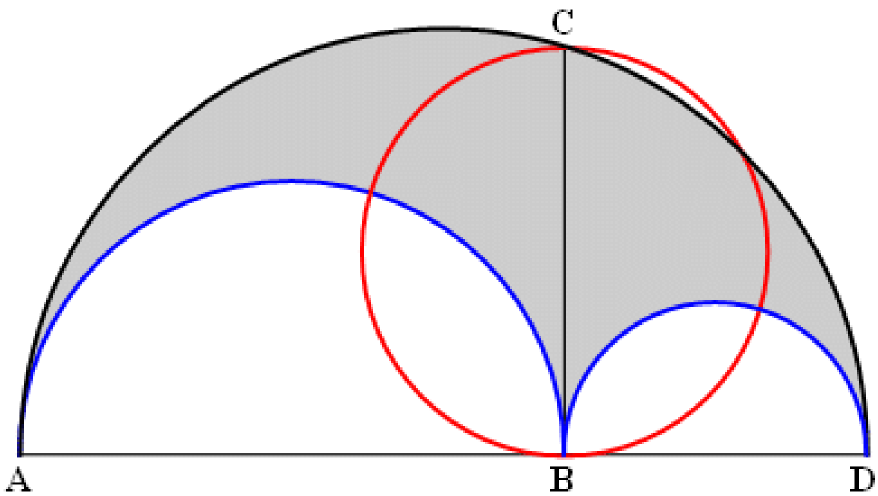


oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	11			
2				
3				

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

5. Arhimedov arbelos

Izračunaj ploščino osenčenega dela in ploščino kroga s premerom BC. Oboje izrazi z R=AB/2 in r=BD/2. Upoštevaj, da je AB· BD=BC^2. Izpolni preglednico!
Za vsak pravilen vpis v preglednico dobiš 7 točk, za vsakega nepravilnega se 3 točke odšteje.



ploščina osenčenega dela	ploščina kroga s premerom BC

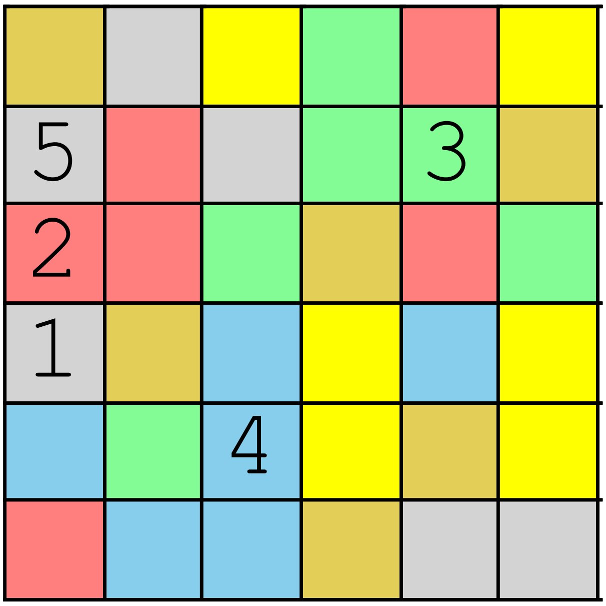
6. Rojstni dan

Moj prijatelj, dober logik, ima rojstni dan 8. novembra. Ko sem mu povedala, da je december v letu njegovega rojstva imel natanko 4 srede in 4 nedelje, je takoj ugotovil, na kateri dan v tednu se je rodil. Veš tudi ti?
Pravilno rešena naloga je vredna 13 točk, sicer 0 točk.

8. 11. je bil _______________.

7. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh šest števil!
Za vsak pravilno izpolnjen kvadratek dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.



8. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.
V nalogi nastopa pet domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D in E. A, B, C in D so dali po eno izjavo.

A: C je oproda ali je B oproda.
B: Če je A oproda, potem je C oproda.
C: Če je E oproda, potem je A oproda.
D: C je vitez ali je B vitez.

Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D	E

ŠIFRA

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	skupaj

22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

8. 10. 2011

Letošnje tekmovanje je posvečeno Arhimedu ob 2222-letnici njegove smrti.

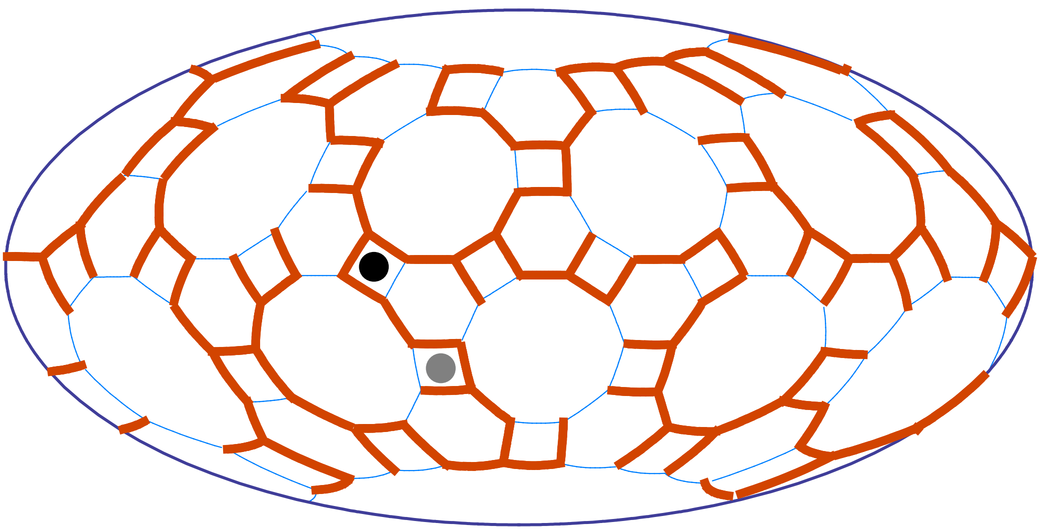
Čas reševanja nalog je 90 minut. Rešitve morajo biti berljivo napisane na tej tekmovalni poli. Pri reševanju nalog lahko uporabljaš samo pisalo. Točkovanje nalog je opisano v besedilu. Razlaga postopka reševanja posamezne naloge ni potrebna. Če je vsota zbranih točk pri posamezni nalogi negativna, dobiš 0 točk. Z 0 točkami se točkujejo tudi prazna polja.
Če dva tekmovalca dosežeta enako število točk, potem je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 4. nalogi, če je število teh točk tudi enako, je boljši tisti, ki ima večje število točk pri 7. nalogi.

Želimo ti veliko uspeha pri reševanju!

Naloge za 3. in 4. letnik srednje šole ter študente

1. Labirint na arhimedskem telesu

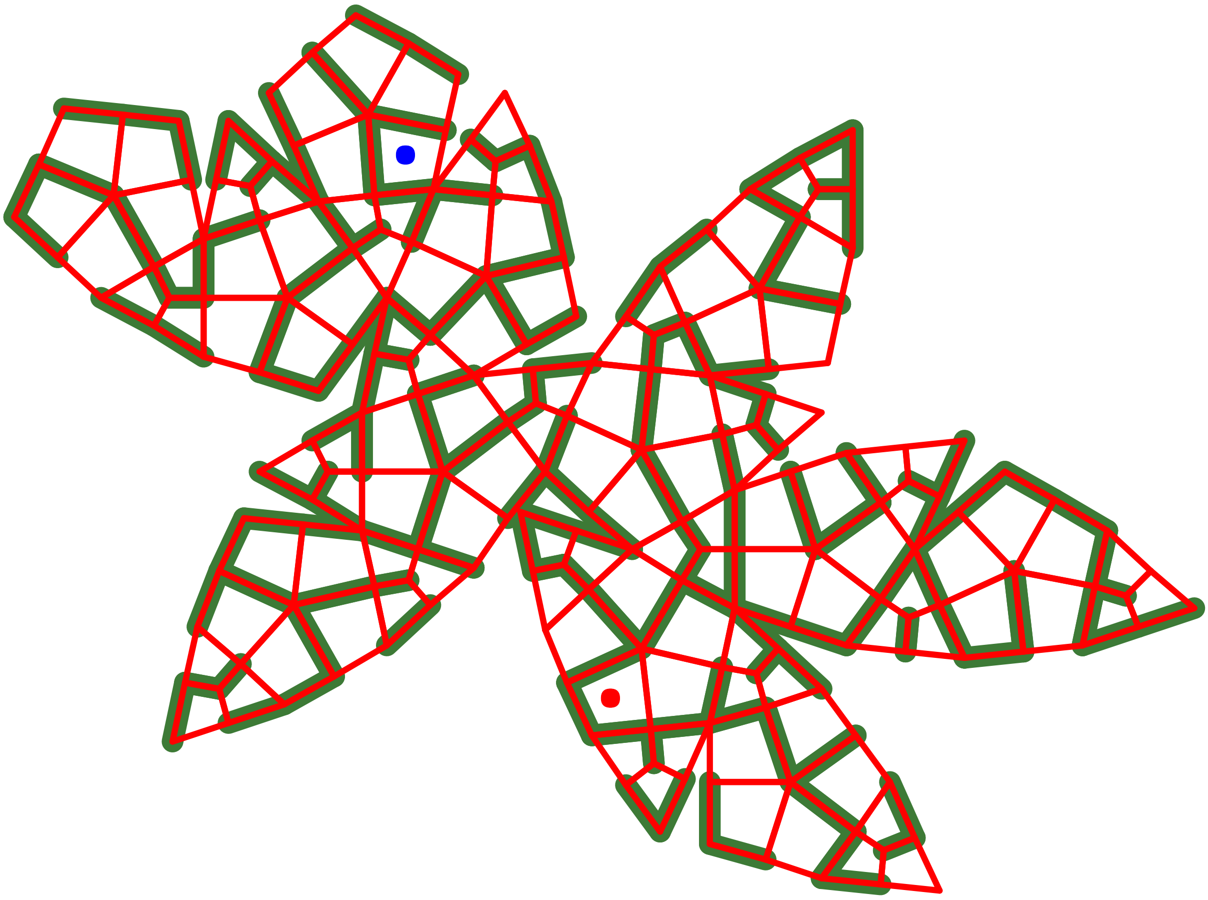
Arhimedsko telo z labirintom je najprej projicirano na kroglo, ki je nato prikazana v ravnini. Poišči najkrajšo pot med pikama v labirintu! S polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje s črno piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 10 točk, sicer 0 točk.



2. Labirint na mreži

Poišči najkrajšo pot med pikama. Z enega polja lahko greš neposredno na sosednje polje samo, če meja med njima ni označena z odebeljeno črto. Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da polje z rdečo piko označiš z 1, vsako naslednje sosednje polje pa z 1 večjim številom. Rešitev lahko predstaviš z neprekinjeno črto, ki povezuje piki. Označena mora biti tudi povezava med sosednjima poljema zunaj mreže.

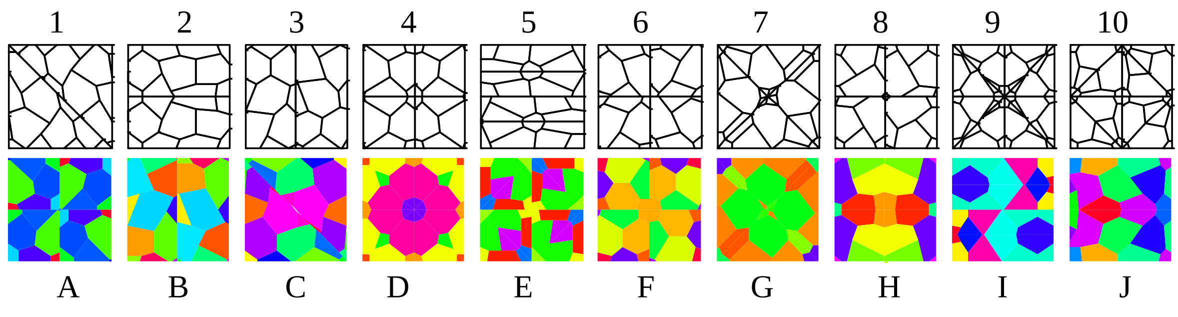
Popolnoma pravilno rešena naloga je vredna 17 točk, delno pravilna ali nepravilna pa 0 točk.



3. Kristalografske grupe

Vsako sliko iz zgornje vrstice poveži s tisto sliko iz spodnje vrstice, ki predstavlja isto ravninsko grupo, in izpolni preglednico!

Za vsako pravilno povezavo, vneseno v preglednico, dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

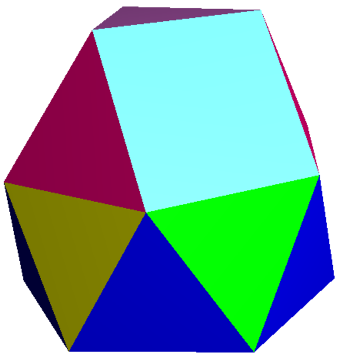


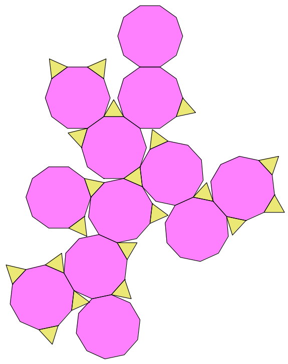
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

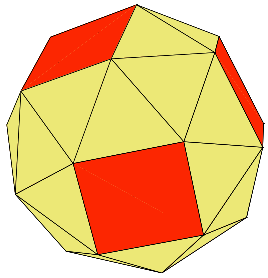
4. Poliedri

Trije poliedri so dani na različne načine. Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno vneseno vrednost dobiš 2 točki, za vsako nepravilno se 1 točka odšteje.

1 2 3





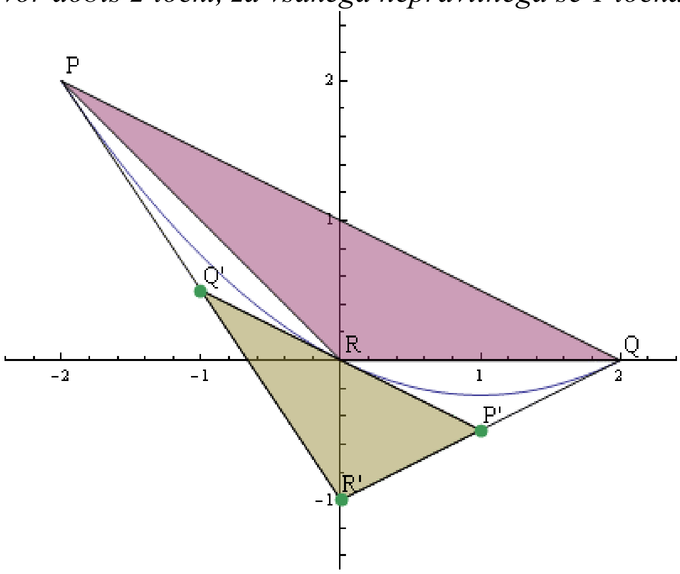


oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	20			
2				
3				

Za tip rotacijske simetrije zapiši: I, če ima polieder več osi peterne rotacijske simetrije; O, če ima več osi četverne simetrije; T, če ima več osi trojne simetrije in nobene osi peterne ali četverne simetrije; C_n, če ima samo eno os in je le-ta n-terne simetije; D_n, če ima eno os n-terne simetrije in vsaj eno os dvojne simetrije, ki je pravokotna na prvo.

5. Parabola

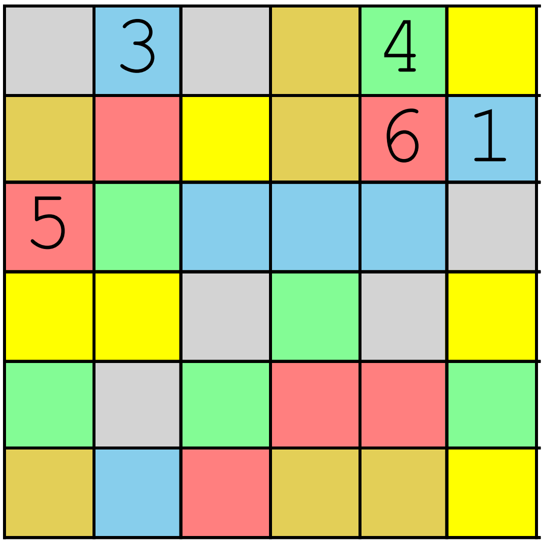
Na paraboli $y=ax^2+bx+c$ so dane točke P(-2,2), R(0,0) in Q(2,0). Poišči enačbo parabole!
V teh točkah narišemo tangente na parabolo. Smerni količnik tangente je $2ax+b$, kjer je x abscisa dotikališča. Tangente se sekajo v točkah P', Q' in R'. Izračunaj te točke! Poišči ploščini trikotnikov PRQ in P'Q'R'! Kaj si opazil? (To je poznal že Arhimed.)
Ploščino trikotnika izračunaj po formuli $((x_2-x_1)(y_3-y_1)-(y_2-y_1)(x_3-x_1))/2$ ali pa na običajen način.
Enačba tangente skozi točko (x_1,y_1) na krivulji je $y-y_1=k(x-x_1)$.
Za vsak pravilen odgovor dobiš 2 točki, za vsakega nepravilnega se 1 točka odšteje.



Enačba parabole	
Enačba tangente skozi P	
Enačba tangente skozi R	
Enačba tangente skozi Q	
Točka Q'	
Točka P'	
Točka R'	
Ploščina trikotnika PRQ	
Ploščina trikotnika R'P'Q'	
Kaj si opazil glede ploščin trikotnikov?	

6. Barvni sudoku

V vsak prazen kvadratek vpiši po eno od začetnih naravnih števil od 1 do 6 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh šest števil!
Za vsak pravilno izpolnjen kvadratek dobiš 1 točko, za vsakega nepravilno izpolnjenega se 1 točka odšteje.



7. Vitezi in oprode

Nekje v oceanu obstaja otok, na katerem živijo prebivalci dveh vrst, vitezi, ki vedno govorijo resnico, in oprode, ki vedno govorijo neresnico.
V nalogi nastopa šest domačinov, ki jih označujemo z A, B, C, D, E in F. A, B, C, D in E so dali po eno izjavo.

A: Če je F vitez, potem je B oproda.
B: C je oproda ali je D oproda.
C: D je oproda, če in samo če je A oproda.
D: C je oproda, če in samo če je B oproda.
E: B je vitez, če in samo če je F vitez.

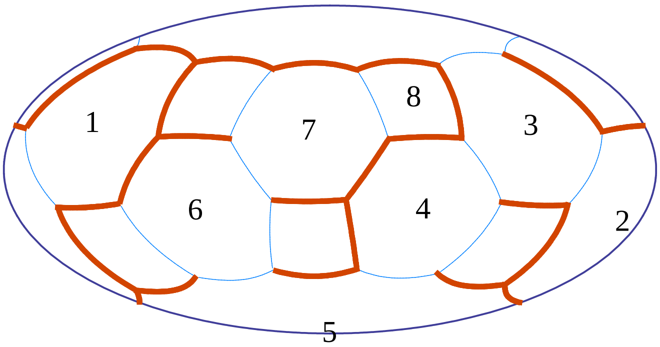
Kateri prebivalec je vitez in kateri je oproda? Izpolni spodnjo preglednico!
Za vsako pravilno ugotovitev dobiš 5 točk, za vsako nepravilno ugotovitev se 3 točke odšteje.

A	B	C	D	E	F

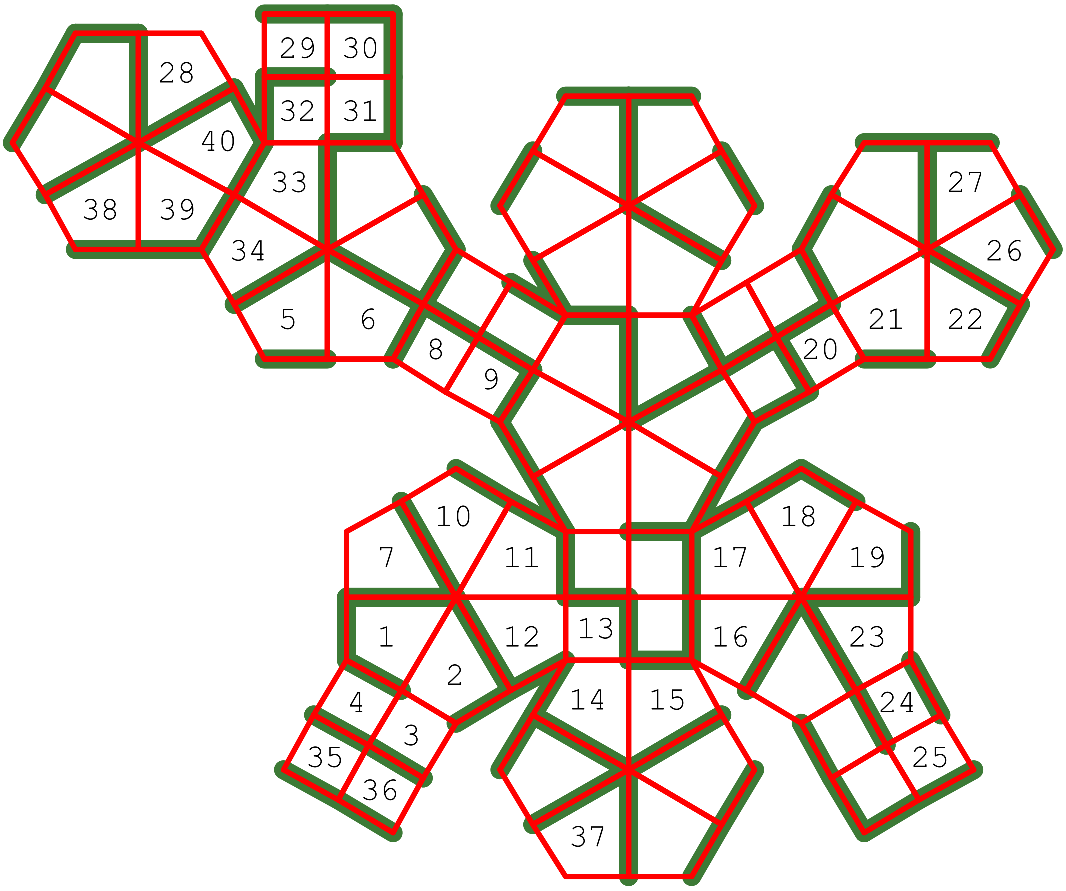
22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
8. 10. 2011

Rešitve nalog za 6. in 7. razred osnovne šole

1.



2.



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	J	I	C	D	H	F	E	G

4.

oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	8	18	12	D_6
2	8	18	12	T
3	14	24	12	O

5.

4	2	1	5	3
3	4	5	2	1
5	3	4	1	2
1	5	2	3	4
2	1	3	4	5

6.
Sreda.
Ker ima januar 31 dni in je imel v letu sestrinega rojstva 4 torke in 4 sobote, se je leto začelo na sredo. 12. februar je 43. dan v letu, zato je bila tudi sreda.

7.

4	3	2	5	1
1	4	3	2	5
2	1	5	3	4
3	5	1	4	2
5	2	4	1	3

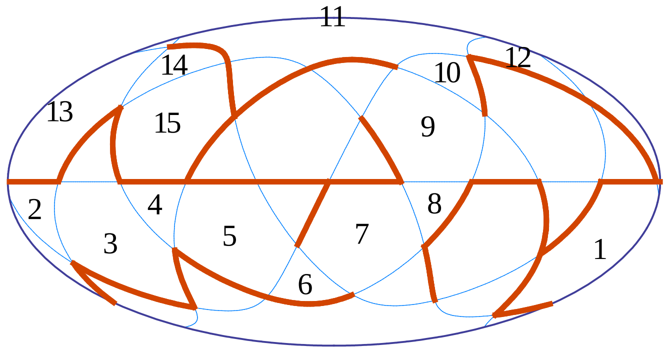
8.
A je vitez. B je oproda. C je vitez.
Predpostavimo, da je A oproda. Iz A-jeve izjave sklepamo, da sta B in C oprodi. Oproda B bi dal resnično izjavo, to je protislovje.
Torej je A vitez. A-jeva izjava je resnična v treh primerih:
1. C je vitez in B je vitez. Vitez B bi dal neresnično izjavo, to je protislovje.
2. C je vitez, B je oproda. B-jeva izjava je neresnična, to je rešitev naloge.
3. C je oproda, B je vitez. Spet bi vitez dal neresnično izjavo, to je protislovje.

22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

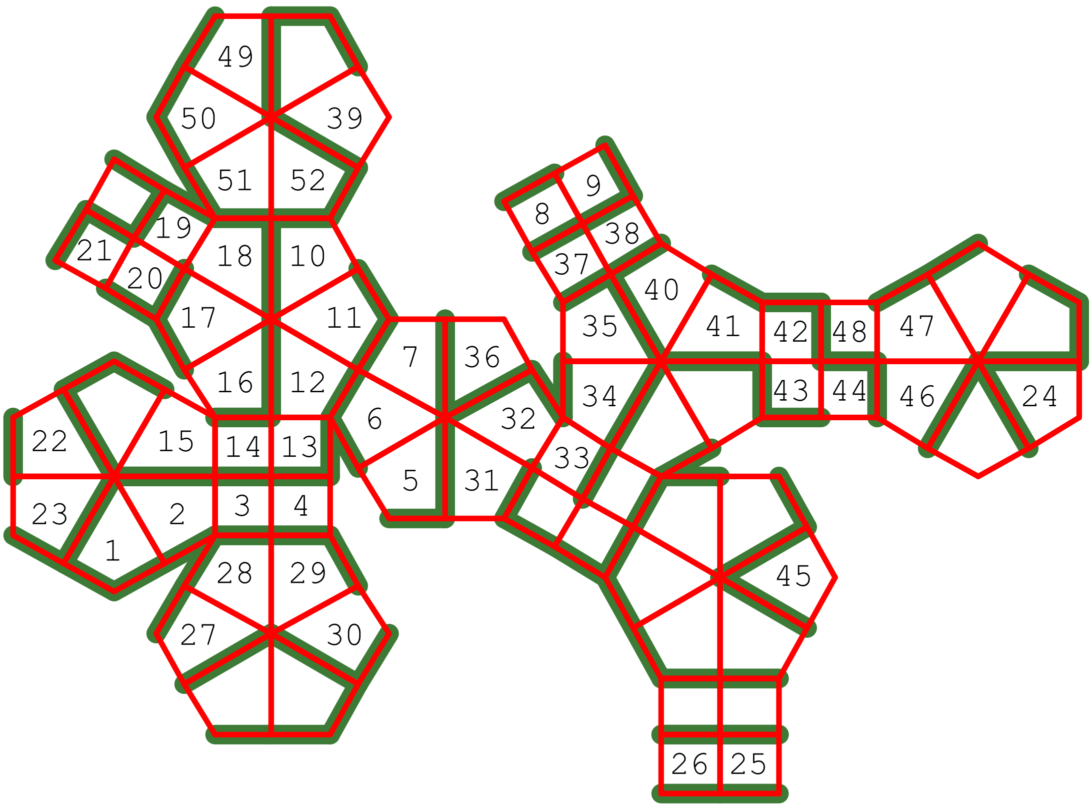
8. 10. 2011

Rešitve nalog za 8. in 9. razred osnovne šole

1.



2.



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G	A	H	I	B	E	J	D	C	F

4.

oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	14	24	12	D_6
2	14	36	24	O
3	38	60	24	O

5.

4	5	1	3	2
1	2	3	4	5
2	4	5	1	3
3	1	2	5	4
5	3	4	2	1

6.
Petek.
Ker ima januar 31 dni in je imel v letu mojega rojstva 4 ponedeljke in 4 petke, se je leto začelo na torek. 18. januar je bil petek.

7.

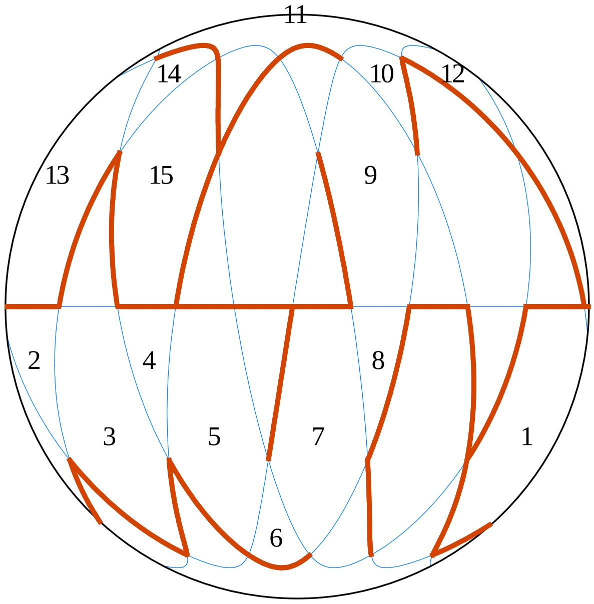
3	5	4	2	1
5	1	2	3	4
1	4	3	5	2
2	3	1	4	5
4	2	5	1	3

8.
A je vitez. B je oproda. C je vitez. D je vitez.
Predpostavimo, da je A oproda. Iz A-jeve izjave sklepamo, da sta C in D oprodi. B-jeva izjava ni resnična, torej je B oproda. C-jeva izjava je resnična. Ker je C oproda, je to protislovje.
Torej je A vitez. A-jeva izjava je resnična v treh primerih.
1. C in D sta viteza. Iz B-jeve izjave, ki je neresnična, sklepamo, da je B oproda. C-jeva izjava je vedno resnična, to je torej rešitev naloge.
2. D je vitez in C je oproda. B-jeva izjava je neresnična, torej je B oproda. C-jeva izjava je resnična, oproda govori resnico, to je protislovje.
3. D je oproda in C je vitez. B-jeva izjava je resnična, torej je B vitez. C-jeva izjava je neresnična. Ker vitez C ne more dati neresnične izjave, je to protislovje.

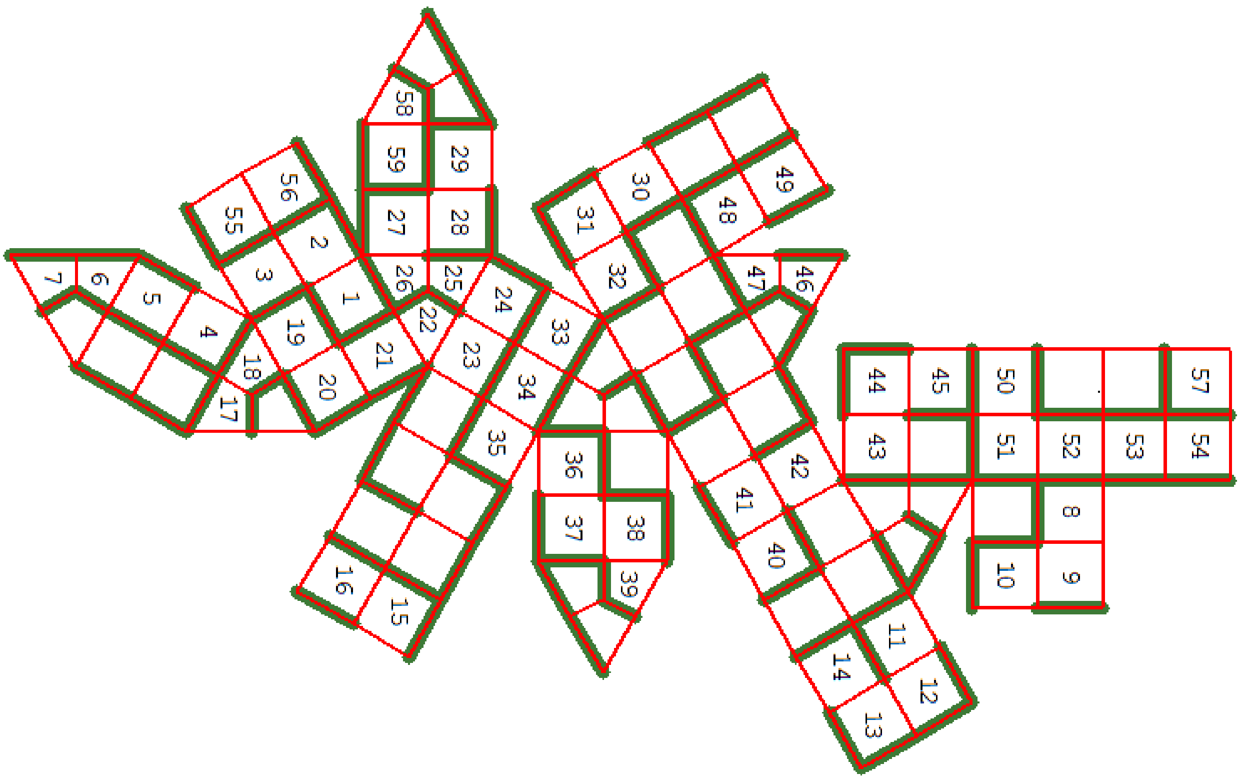
22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE
8. 10. 2011

Rešitve nalog za 1. in 2. letnik srednje šole

1.



2.



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	F	A	C	I	H	J	E	G	D

4.

oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	11	20	11	C_5
2	26	48	24	O
3	38	60	24	O

5.
Polmer velikega polkroga je (AB+BD)/2=(R+r)/2.
Ploščina osenčenega dela je $P_1=\pi(R+r)^2/2-\pi R^2/2-\pi r^2/2=\pi rR$.
Ploščina kroga s premerom BC je $P_2=\pi\ (BC/2)^2=AB/2\ BD/2\ \pi=\pi rR$. Torej sta enaki.

6.
Torek.
Ker ima december 31 dni in je imel v letu prijateljevega rojstva 4 srede in 4 nedelje, se je december začel na četrtek. November ima 30 dni, zato je bil 8. 11. torek.

7.

4	3	6	5	1	2
5	4	2	6	3	1
2	5	1	3	6	4
1	6	3	4	2	5
6	2	4	1	5	3
3	1	5	2	4	6

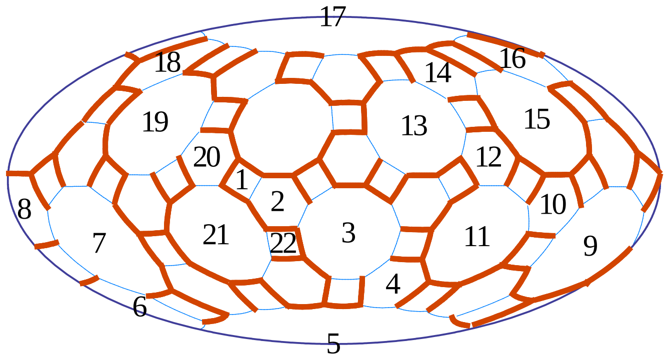
8.
A je vitez. B je vitez. C je oproda. D je vitez. E je oproda.
Predpostavimo, da je A oproda.
Iz A-jeve izjave sklepamo, da sta B in C viteza. Iz B-jeve izjave sklepamo, da je C oproda. C ne more biti hkrati vitez in oproda, to je protislovje.
Torej je A vitez. A-jeva izjava je resnična v treh primerih.
1. B in C sta oprodi. Ker je B-jeva izjava resnična, je to protislovje.
2. B je oproda in C je vitez. B-jeva izjava je resnična, to je protislovje.
3. B je vitez in C je oproda. Iz D-jeve izjave, ki je resnična, sklepamo, da je D vitez. Iz C-jeve izjave, ki mora biti neresnična, sklepamo, da je E oproda in A vitez. Dobili smo rešitev.

22. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ RAZVEDRILNE MATEMATIKE

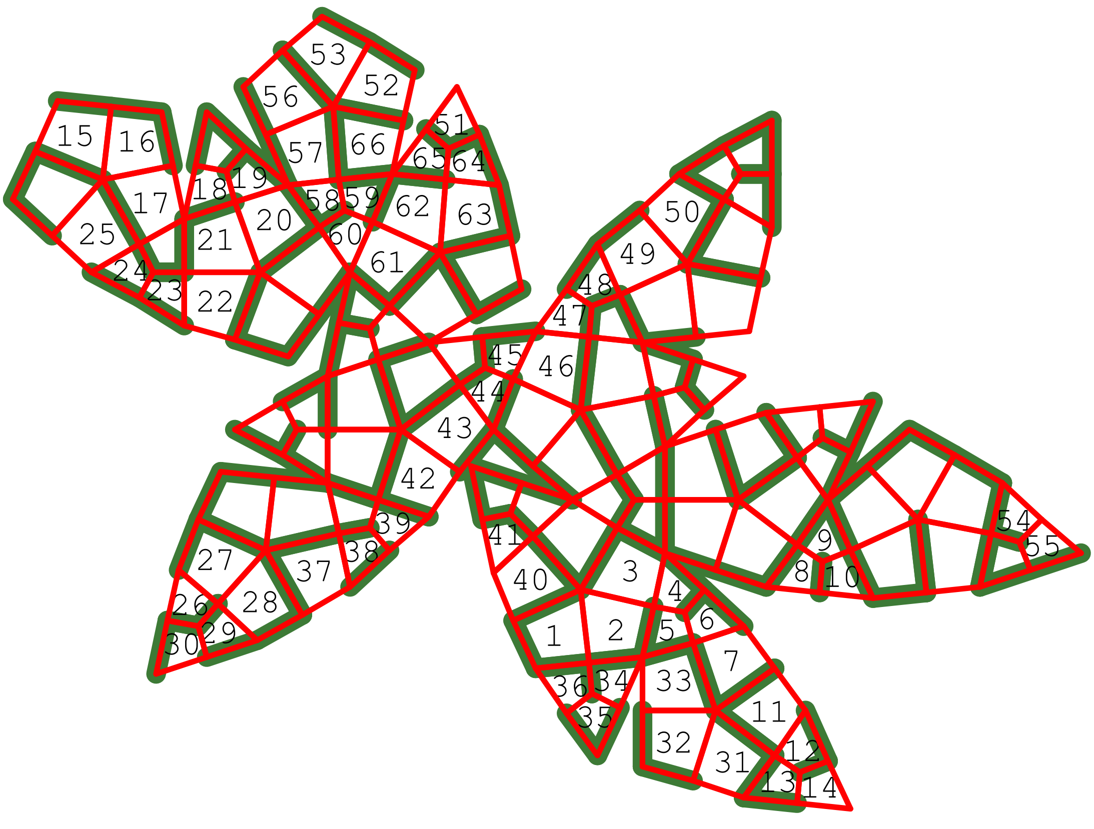
8. 10. 2011

Rešitve nalog za 3. in 4. letnik srednje šole ter študente

1.



2.



3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	J	B	H	I	A	G	F	D	E

4.

oznaka	število mejnih ploskev	število robov	število oglišč	tip rotacijske simetrije
1	20	33	15	C_3
2	32	90	60	I
3	38	60	24	O

5.
Parabola ima enačbo $y=ax(x-2)=ax^2-2ax$.
Ker gre skozi P, velja $2=a(-2)(-4)$. Torej je $a=1/4$. Smerni količnik se potem izraža s formulo $2ax-2a$, to je $x/2-1/2$.
Tangenta skozi P ima enačbo $y-2=-3/2(x+2)$ oz. $y=-3/2x-1$. Enačba tangente skozi R je $y=-1/2x$ in skozi Q $y=1/2(x-2)$.
Točko Q' dobimo z reševanjem sistema $y=-3/2x-1$, $y=-1/2x$. Dobimo $(-1, 1/2)$. Na enak način dobimo P'$(1,-1/2)$ in R'$(0,-1)$.
Ploščina trikotnika PRQ je $((2-0)(2-0)-(0-0)(-2-0))/2=2$.
Ploščina trikotnika R'P'Q' je $((1-0)(1/2+1)-(-1/2+1)(-1-0))/2=1$.
Torej je dvakrat manjša. To velja za vsako parabolo, kar je vedel že Arhimed.

6.

6	3	1	2	4	5
4	2	3	5	6	1
5	1	6	4	2	3
1	6	2	3	5	4
2	4	5	1	3	6
3	5	4	6	1	2

7.
A je vitez. B je vitez. C je oproda. D je oproda. E je oproda. F je oproda.
Predpostavimo, da je B oproda.
Iz B-jeve izjave sklepamo, da sta C in D viteza. D-jeva izjava je neresnična, to je protislovje. Torej je B vitez. B-jeva izjava je resnična v treh primerih.
1. C in D sta oprodi. Iz C-jeve izjave sklepamo, da je A vitez. D-jeva izjava je neresnična. Iz A-jeve izjave sklepamo, da je F oproda, iz E-jeve izjave pa, da je E oproda. To je rešitev.
2. C je oproda in D je vitez. D-jeva izjava je neresnična, to je protislovje.
3. C je vitez in D je oproda. D-jeva izjava je resnična, to je protislovje.